

S A C M E.6000 A
E.6000 B

Novembre 1961

A - PROGRAMME

COEFFICIENTS DE FOURIER

E.T.

I - I. DEFINITION

Calcul des coefficients de Fourier successifs a_n et b_n d'une fonction périodique définie par ses valeurs sur la période (ou sur la demi-période pour les fonctions paires ou impaires).

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(x) dx$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \cos. n \omega x dx$$

avec $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \sin. n \omega x dx$$

x et T doivent être exprimés dans le même système d'unité qui peut être quelconque (degré ou radian etc...)

Il faut préciser les valeurs de n considérées.

2 - Effectuer par la méthode des trapèzes les intégrations :

$$a_0 = \frac{1}{k} \Sigma f(x) \quad a_n = \frac{2}{k} \Sigma f(x) \cos. n \omega x$$

$$b_n = \frac{2}{k} \Sigma f(x) \sin. n \omega x \quad ./...$$

$f(x)$ est enregistré dans une zone du tambour pour des valeurs de x équidistantes :

$$X_0, X_0 + \Delta x, X_0 + 2\Delta x, \dots, X_0 + k \Delta x = X_0 + T$$

- le nombre de valeurs enregistrées, $k + 1$ est lié à la période T par $k \Delta x = T$

la pulsation est : $\omega = \frac{2\pi}{T}$

- Dans le cas des fonctions paires ou impaires, de $T/2$ période T' , les valeurs de x sont :

$$X_0, X_0 + \Delta x, X_0 + 2\Delta x, \dots, X_0 + k\Delta x = X_0 + T'$$

avec $k \Delta x = T'$

la pulsation est alors : $\omega = \frac{\pi}{T'}$

3 - Domaine de validité

- Choisir de préférence une période où $|x|$ est le plus petit possible.

- Pour les fonctions discontinues, pour $x = X_d$ remplacer $f(X_d)$ par $\frac{f(X_d+) + f(X_d-)}{2}$ demi-somme des valeurs de

2

la fonction de part et d'autre de la discontinuité.

- n peut être quelconque, le programme permet d'extraire a_n et b_n de la valeur n_0 à la valeur n_f inscrites en données (voir § 6.b).

Dans le cas où l'on désire extraire seulement les valeurs pour :

$$n_0, n_{0+p}, n_{0+2p}, \dots, n_0 + kp = n_f$$

./...

Il suffit de modifier :

	P I 7 B 6	NL 33	les KB :
	44-I	44 I5	44 M I
par	44-c	44 Ib	44 M a

où p s'exprime en P D F par abc, en perforant :

c	col. 40	
b	col. 44	de la carte P I 7 B 6 D 2
a	col. 48	

4 - Précision

- Dépend essentiellement de la définition de la fonction.
Avec une "bonne" fonction bien définie par 150 à 200 points, il y a généralement 6 chiffres exacts.

- L'utilisateur a la possibilité de considérer comme nuls les coefficients de Fourier dont l'exposant est inférieur ou égal à une certaine valeur e_0 .

II - I. Temps moyen

Pour 180 points il faut environ 100 secondes pour obtenir les deux coefficients a_n et b_n .

Ce temps est à réduire pour les fonctions paires ($b_n = 0$) ou impaires ($a_n = 0$) de 10%.

2. Implantation du programme

7 blocs	[Sz I	P I	B I	à 6	Prog. Coeffic. de Fourier
	"	"	B 7		Bloc image progr. principal

3. Appel : Par carte chercheuse 9 / col. I
III / col. 76, 78, 79

./...

Fin du programme obtenue après l'extraction de a_{nf} et b_{nf} .

4. Mémoires et groupes utilisés

- Toutes les mémoires du Gamma
- Programme GO et GI
- Sous-programme sin et cos GI
- Table de $f(x)$ G 2
- mise à jour x et n M 6I5 et 7I2

5. Sous-programmes utilisés

- SP PDF M3 et 4
- SP sin et cos (C.E.A. B. II00) P 5 B I,2 et 3

6. Données

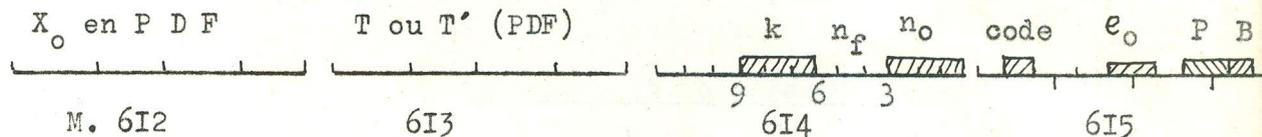
a) Table

$f(x)$ en P D F
16 valeurs par bloc

$f(x_0)$ en tête d'un bloc.

b) données initiales

Il faut constituer la carte de données initiales
S z I P I, B o, D o (8 27)



Ces données initiales sont :

X_0 (P D F) en M 6I2 de 0 à 0

./...

fonction quelconque :

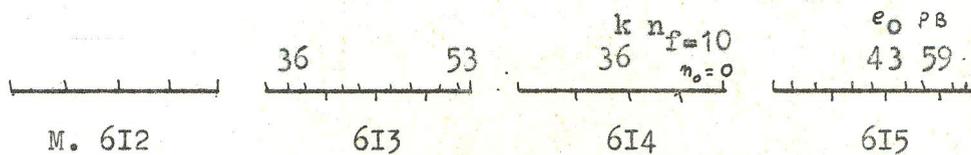
$$X_0 = 0^\circ$$

$$T = 360^\circ$$

$$k = 360^\circ$$

$$0 \leq n \leq 10$$

P I7, B o, D o



Résultats :

pour $n \neq 2$

$$a_n = 0$$

$$b_n = 0$$

pour $n = 2$

$$a_2 = 0,99999976$$

$$b_2 = 0,99999977$$

S A C M E.6000 B.

Novembre 1961

B - SOUS-PROGRAMME COEFFICIENTS DE FOURIER

Pour la définition, domaine de validité, précision, temps moyen, mémoires et sous-programmes utilisés, données : voir programme "Coefficients de Fourier" .

I - Implantation du programme

7 blocs : Sz I P I B I t/m 6 : programme coefficients de Fourier
 B 7 : bloc image du programme principal.

II - Conditions à remplir avant l'appel du sous-programme :

- la division O de Sz I P I B₀ doit comporter les données initiales, en particulier $n_0 = n_f$,
- le programme principal doit se trouver en S I.

III - Ranger sur le tambour les valeurs à conserver.

IV - A la fin du sous-programme, le programme principal est renvoyé en SI. Le retour systématique au programme principal se fait à l'aide d'une VCS à NL 62 de SI.

V - Remettre à zéro le groupe 3.

VI - Appel du sous-programme coefficients de Fourier :

CSz I

TB 2.I.I.3.

VCS I.-.I5.4

A la fin du sous-programme :

CSz, CO, mémoires du Gamma et mémoires rapides perturbées : calcul décimal.

Résultats :	n	EN	M	712
	a _n	EN	M	713
	b _n	EN	M	714