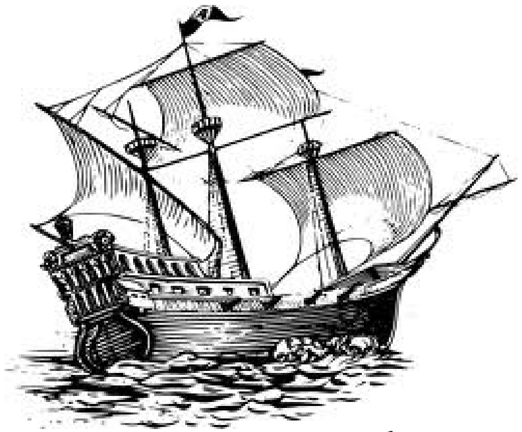
Arithmétique mécanique

Alain GUYOT

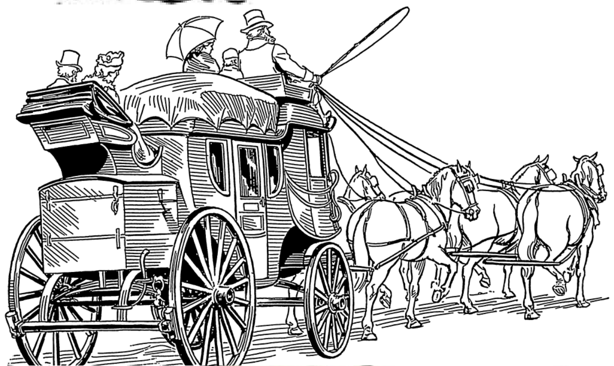
☎ (33) 04 76 25 67 64

Alain.Guyot@imag.fr

Rupture technologique



Rupture



Rupture

Rupture

Convergence technologique

Rupture

Rupture

Rupture

Pas de rupture

Il n’y a pas de rupture technologique
entre un « smartphone » et une
machine à calculer mécanique :
tous deux sont « numériques »

L’exposé pas à pas

Les précurseurs (convenus) des ordinateurs

Ont-ils tout inventé ?

Addition mécanique
- Addition de chiffres ou de nombres
- Représentation des chiffres décimaux
- Addition des nombres
  - Comptometer
  - Hélice de retenues
- Soustraction
- Exemples (addition/soustraction)
  - Thales Klein Addier
  - Olivetti Summa Quanta
  - Tchebychev et Marchant

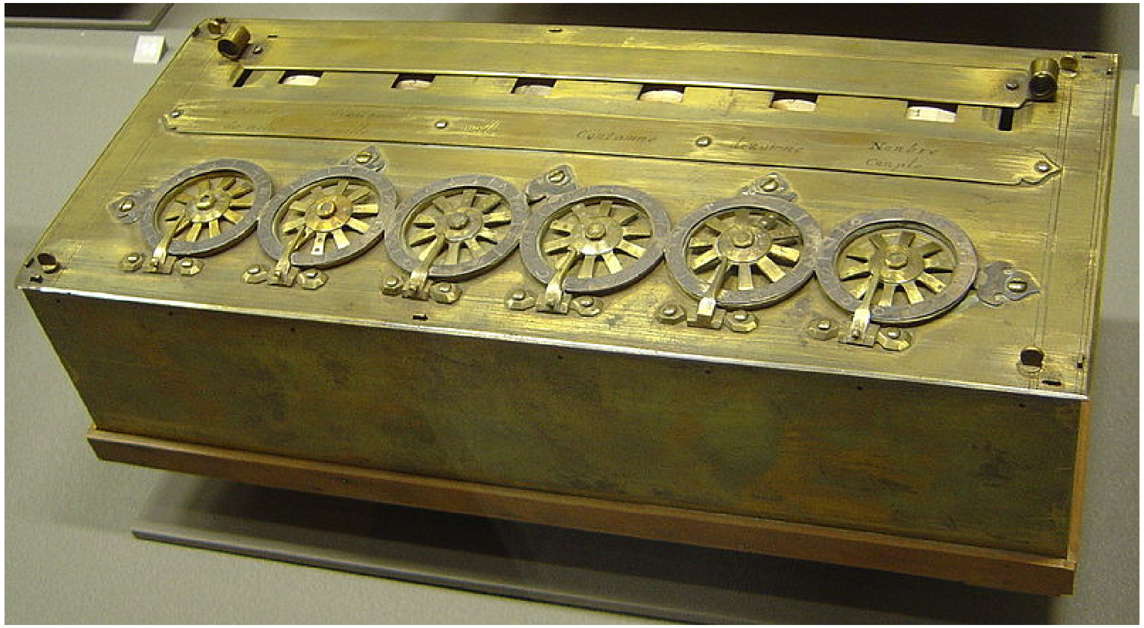
Multiplication mécanique
- Multiplication semi-automatique
- Multiplication automatique
- Actionneur
- Multiplication directe

Division mécanique

Racine carrée mécanique

Blaise Pascal

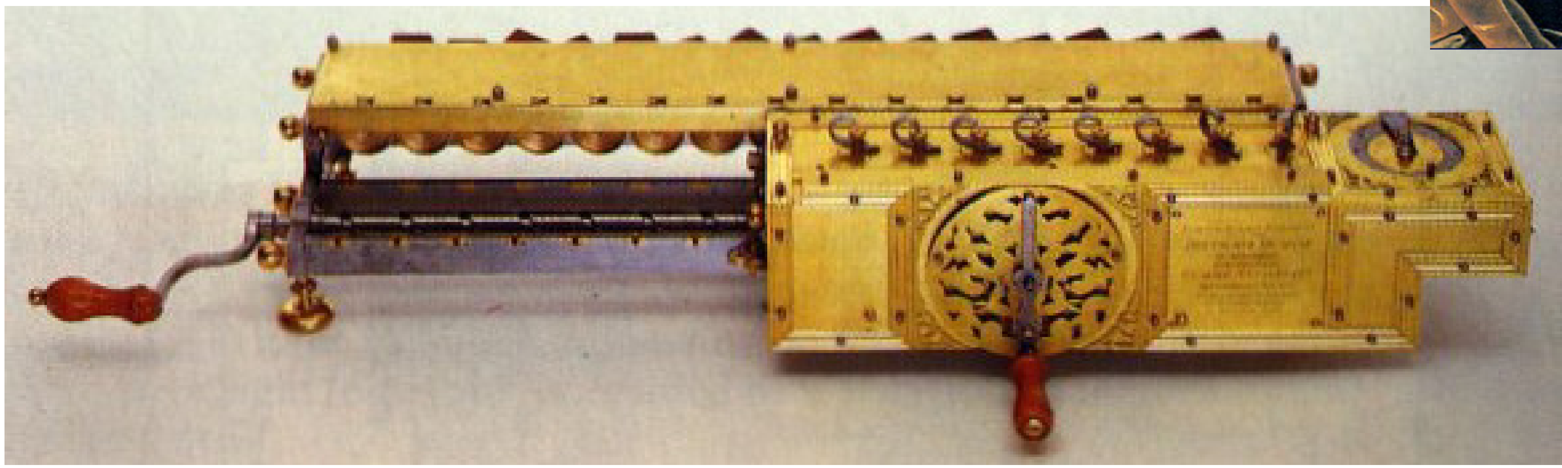
Blaise Pascal (1623-1662)
La **pascaline** (1642)
Addition ou soustraction automatique
Premier « calculateur mécanique »



Pascaline, signée par Pascal en 1652 (Musée des arts et métiers)

Gottfried Leibniz

Gottfried Leibniz (1646-1716)
Améliore la **pascaline**
Multiplication et division (1673) non automatique



machine originale conservée à Hanovre

Jacques de Vaucanson

Métier à tisser les façonnés de Vaucanson, 1748
(musée des arts et métiers)

Jacques de Vaucanson
(1709-1782)

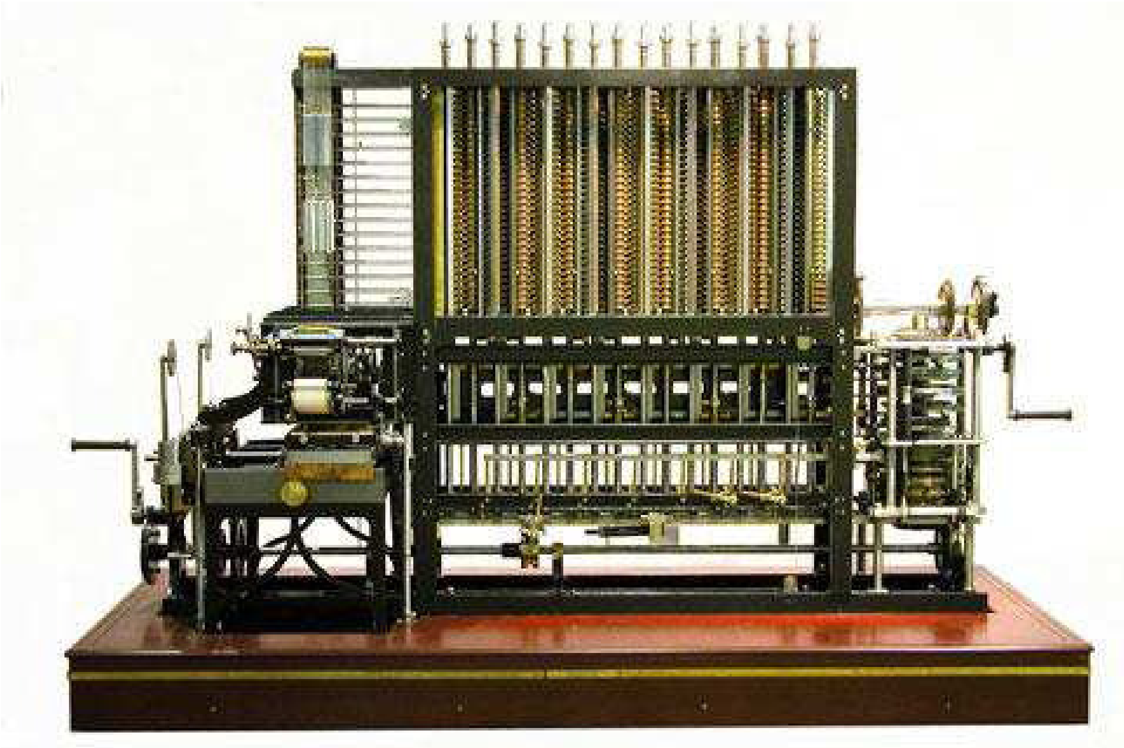
Joseph Marie Jacquard

Joseph Marie Jacquard (1752-1834)
La carte perforée comme programme
(pour le métier à tisser)
Inspirera Babbage et Hollerith

Charles Babbage

Charles Babbage (1791-1871)
Une intuition de génie …
La machine à différences
La machine analytique (presque un ordinateur …
… mais l'organisation ne suit pas

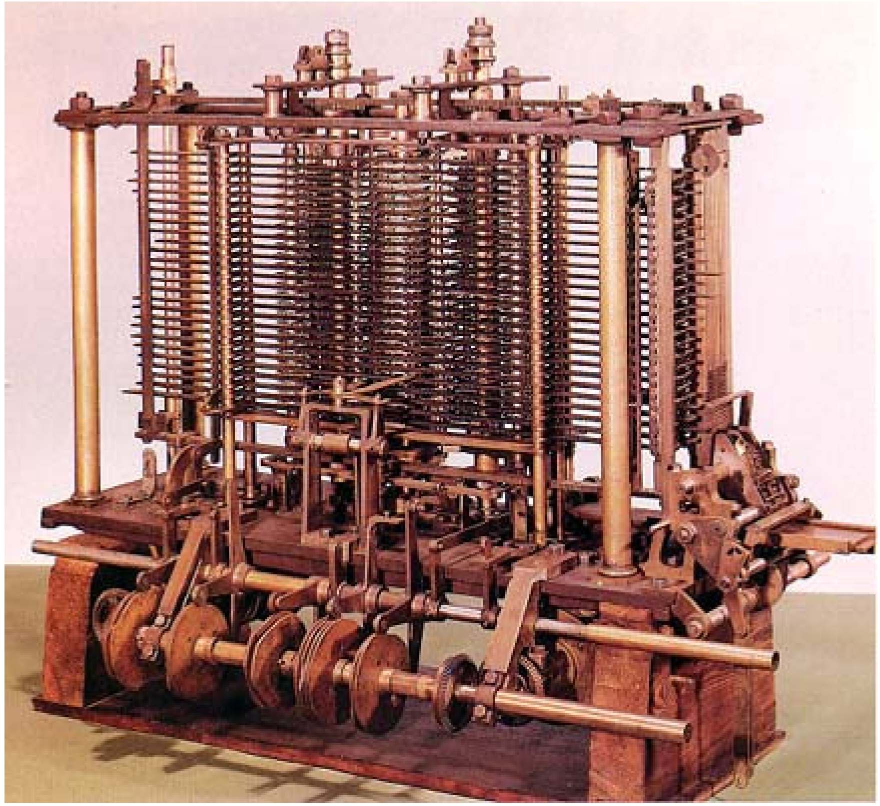
Machine à différences



Charles Babbage's Difference Engine No. 2 reconstructed at the Science Museum in London in 2002 after 17-years-long project.

1921
Le but de la machine est de calculer les polynômes en utilisant une méthode méthode dite des «différences finies Δ »

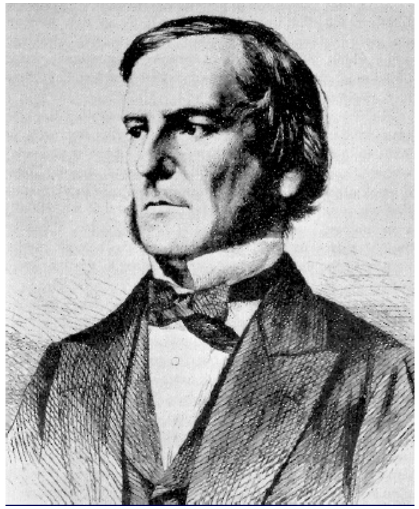
Machine analytique



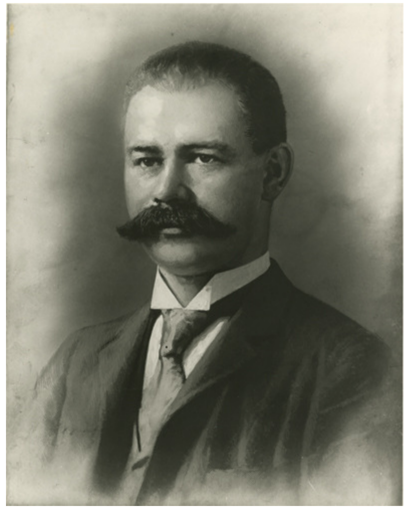
Ada Lovelace
(Augusta Ada Byron,
comtesse Lovelace)

George Boole et Herman Hollerith

George Boole (1815-1864)
Une nouvelle logique …
Une algèbre binaire (0-1) …
… dont l'application par Shannon attendra un siècle



Herman Hollerith (1860-1929)
La carte perforée comme donnée
Premiers traitements non numériques
Trieuses et tabulatrices
L'ancêtre d'IBM (1924)



L’exposé pas à pas

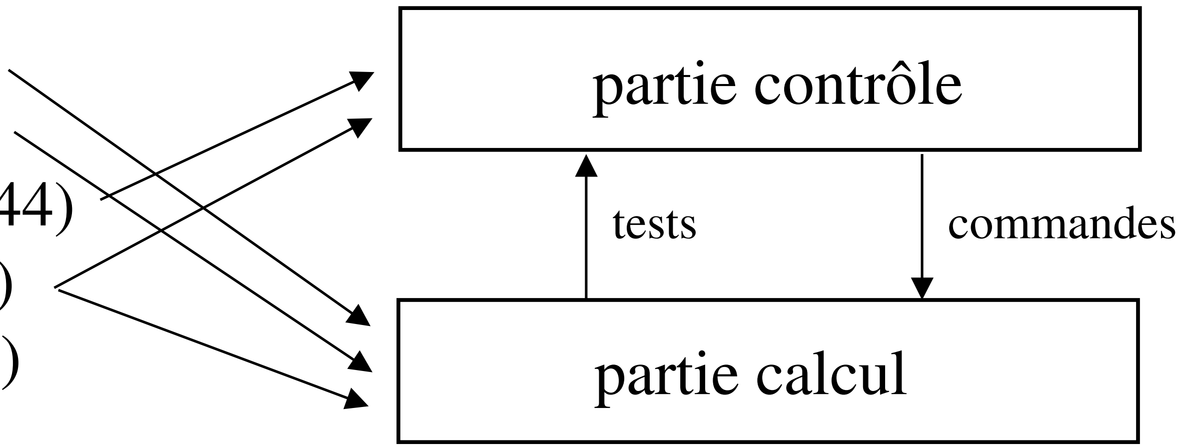
- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
    - Addition de chiffres ou de nombres
    - Représentation des chiffres décimaux
    - Addition des nombres
        - Comptometer
        - Hélice de retenues
    - Soustraction
    - Exemples (addition/soustraction)
        - Thales Klein Addier
        - Olivetti Summa Quanta
        - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
    - Multiplication semi-automatique
    - Multiplication automatique
    - Multiplication directe
    - Actionneur
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

Ont-ils tout inventé ?

N’y a-t-il eu que eux ?

ordinateur

Pascal (1642)
Leibniz (1673)
Vaucanson (1744)
Babbage (1821)
Hollerith (1886)
Aiken (1944)

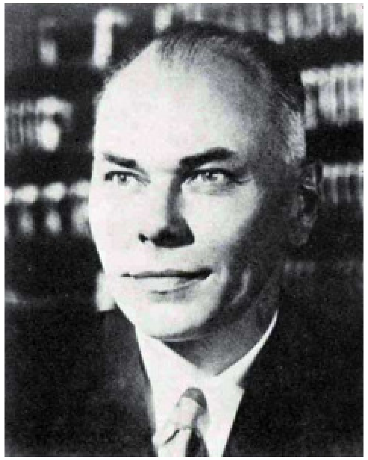


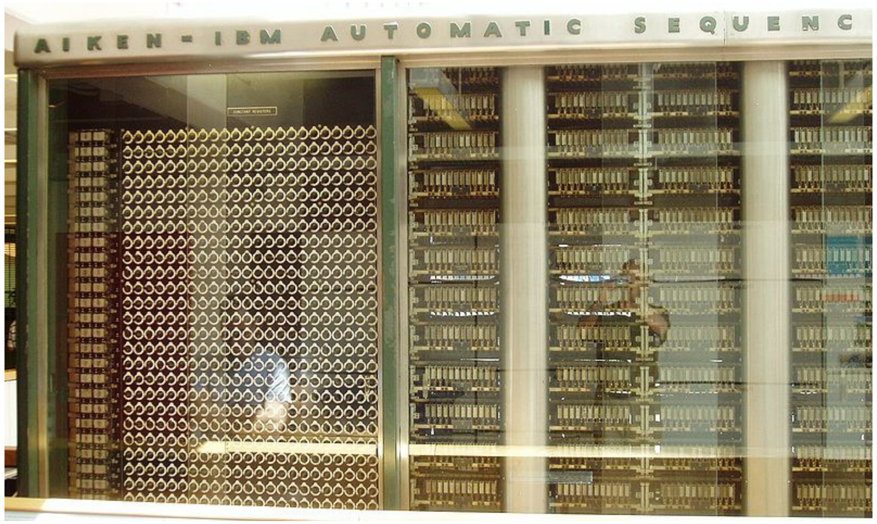
Herman Hollerith

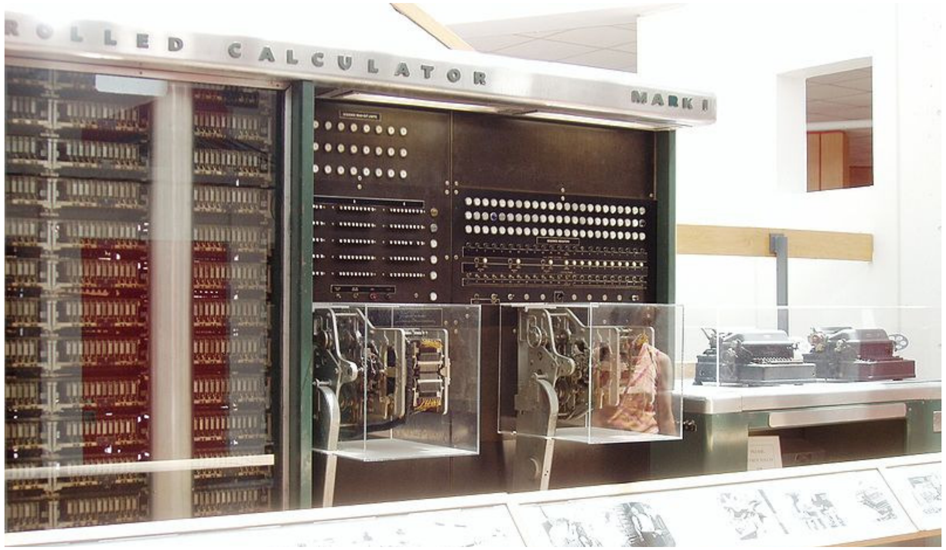
Tabulating Machine 1886
Servit pendant plus de 50 ans à compter le nombre de personnes résidant aux U.S..
Utilisait des cartes perforées en carton du format du billet de $20 (d'avant 1920)

Howard H. Aiken

Howard H. Aiken (1900 - 1973)
Physicien et électronicien
Concepteur et architecte de l'ordinateur
Aiken-IBM Harvard Mark I en 1944





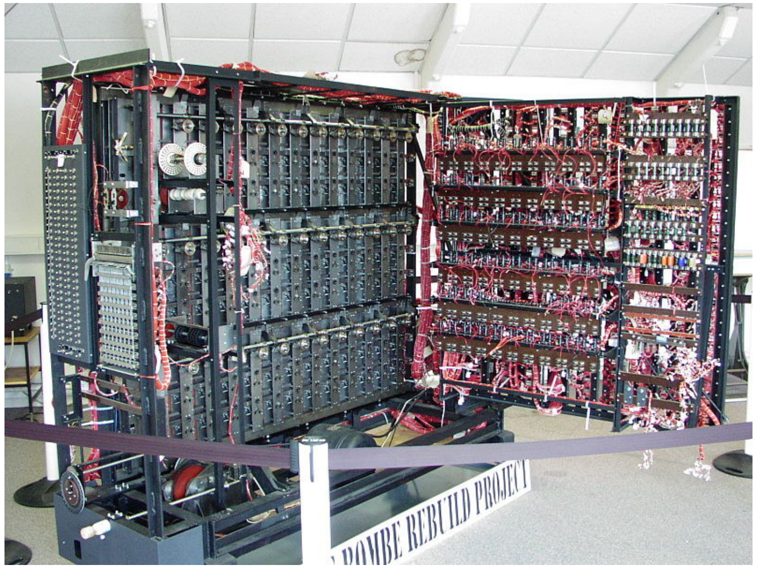


Alan Turing

Alan Turing (1912-1954)

∃ une machine universelle (capable de simuler n'importe quelle machine)

∄ d'algorithme général pour dire si une machine va s'arrêter ou tourner indéfiniment



Jack S. Kilby

Jack St Clair Kilby (1923-2005)
Invente le circuit intégré en 1958
…. et la calculatrice de poche en 1972
(2,5 kg tout de même)

prototype conservé au National Museum of American History

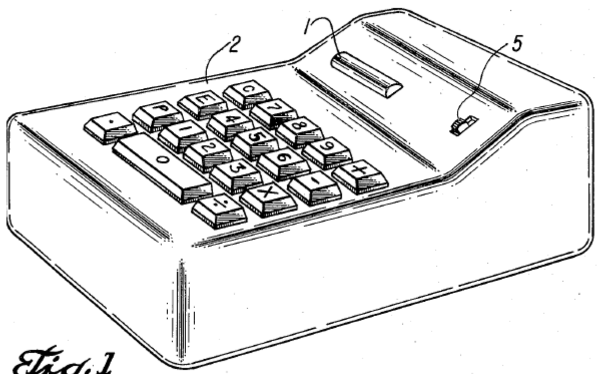


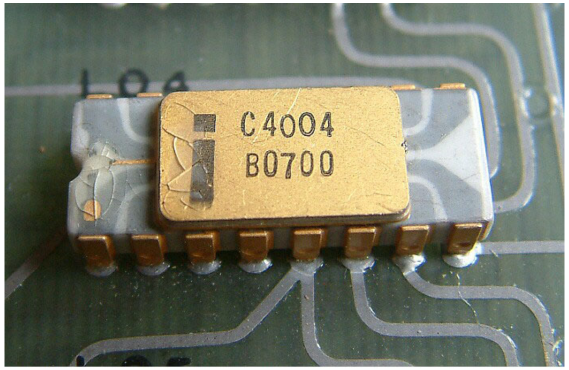
Fig. 1

brevet US3819921

Federico Faggin

Federico Faggin (1941-)

Invente le microprocesseur I4004 en 1972
Calculatrice 4 opérations pour BUSICOM



Intel 4004 (1970) boîtier DIL céramique : 20,3 × 7,6 mm

Obama Awards National Medals Of Science And Technology And Innovation 17 novembre 2010

Deux machines à calculer contemporaines :
à gauche basée sur un microprocesseur
à droite entièrement mécanique

Fabricants de calculatrices

Entre 1820 et 1970, plus de 150 fabricants de calculatrices

A B Dick Co
Addachine Manufacturing Co
Adder Machine Co
Add-Index Corp
Addograph Manufacturing Co
Addometer Corp
Akt. Facit
Allen-Wales Adding Machine Co
American Adding Machine Corp
American Arithmograph Co
American Arithmometer Co
American Can Co
American Exchange National Bank
American Mechanical Calculator Co
American Sales Co
American Typographic Corp
Artiebolaget Adderator
Autarit-Gesellshaft MBH
Austin Adding Machine Co
Automatic Adding Machine Co
Automatic Bookkeeping Register Co
Bacon Multiplier Inc
Bankers Adding & Recording Machine Co

Barrett Adding Machine Co
Bell Punch Co
Bird Adding Machine Co
Bleick Syndicate Bontempi Arithmo Corp
Brunsviga-Maschinenwerke
Bundy Manufacturing Co
Burroughs Adding Machine Co
Carlin Calculator Co
Ch. Hamann Math. Mech. Inst. GmbH
Chase Adding Machine Corp
Clary Multiplier Corp
Cluley Multiplier Co
Compagnie des Machines BULL
Complete Calculator Co
Comptograph Co
Contina Bureau und Rechnenmaschinen fafrik Ag.
Crandall Construction Co
Dalton Adding Machine Co
Darby Machine Co
Dayton Scale Co
DesJardins Computing Register Co
Diehl
Duco Adding Machine Co

Duplex Adding Machine Co
Elliott-Fisher Co
Ensign Manufacturing Co
Erie Cash Register Co
FACIT AB, Åtvidaberg, Sweden
Federal Adding Machines Co
Felt & Tarrant Comptometer
Friden Inc
Gardner Co
General Time Corp
Goldberg Calculating Machine Co
Graber Calculating Machine Co
Graff, Washbourne & Dunn
Grand Rapids Brass Co
Grimme, Natalis & Co
H W Egli AG
Harrison Balancing Machine Co
Hofgaard-Remington Corp
Hopkins Adding Machine Co
IBM Corp
International Arithmograph Co
International Money Machine Co
International Time Recording Co

Fabricants de calculatrices (cont.)

Keuffel & Esser
L&G Halphen
Leipziger Polenwerke GmbH
Logarisno S.P.A.
Ludwig Spitz & Co GmbH
Malcher Adding Machine Co
Mallman Addograph
Marchant Calculating Machine Co
Maruzen Sewing Machine Co
Math. Bauerle
Mays Accounting Machine Co
McCaleb Adding Machine Co
McCaskey Electric Calculator
McCaskey Register Co
Mechanical Accountant Co.
Mercedes Buromaschinen
Monroe Calculating Machine Co, Litton
Moon-Hopkins Billing Machine Co
Morse Adding Machine Co
The Calculus Co
The Mechanical Accountant Co
The W L Maxson Corp
AG Technische Industrie
National Adding Machine Co
National Addograph Co
National Calculator Co
National Research Development Corp
NCR
New Hiett Machines Manufacturing Co
New York Adding Typewriter Co
Numerograph Manufacturing Co
Olivetti & Co
Olympia Werke West GmbH
Peters-Morse Manufacturing Co
Petters Ltd
Pike Adding Machine Co
Plus Computing Machines Co
Portable Adding Machine Co
Powers Accounting Machine Co
Powers-Samos Rechnitzer's Autarith
Remington Accounting Machine Co
Rheinische Metal. u. Maschin
Richard Nilsson A.B
Richmond Adding & Listing Machine Co
Roanoke Mathometer Co
Rockford Milling Machine Co
Schooling Calculating Machine Co
SCM Corp
Seidel & Naumann
Shattuck Manufacturing Co
Shonk , Charles W Co
Simplex Adding Machine Co
Speed Adding Machine Co
St Louis Computing Co
Standard Adding Machine Co
Standard Recorder Co
Sundstrand Corp
Swift Business Machines Corp
Teetor Co
Thaleswerk MbH
The Controller Co
Underwood Computing Machine Co
Underwood Elliott Fisher Co
United Accounting Machine Co
Universal Accountant Machine Co
Universal Adding Machine Co
Universal Calculator Co
Universal Visible Calculator Co
Victor Adding Machine Co
Victor Comptometer Corp
W H Bundy Recording Co
Wahl Adding Machine Co
Wales Adding Machine Co
Wanderer-Werke aktiengesselshaft
Wendling Hoch Adding Machine Co
Western Electric Co
Wetmore Adding Machine Co
White Adding Machine Co
Wizard Adding Machine Co
Wolverine Supply & Manufacturing Co
Wrenn Adding Machine

L’exposé pas à pas

- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
  - Addition de chiffres ou de nombres
  - Représentation des chiffres décimaux
  - Addition des nombres
    - Comptometer
    - Hélice de retenues
  - Soustraction
  - Exemples (addition/soustraction)
    - Thales Klein Addier
    - Olivetti Summa Quanta
    - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
  - Multiplication semi-automatique
  - Multiplication automatique
  - Multiplication directe
  - Actionneur
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

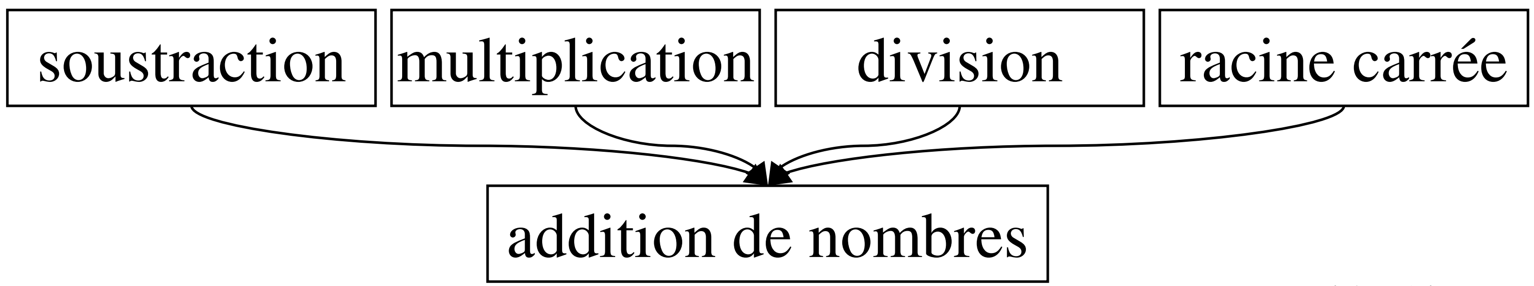
Addition

L'addition fut la première à être automatisée
Rapidement on a automatisé l'addition/soustraction

On distingue

- additionneurs de chiffres
- additionneurs de nombres

Si on ajoute à ces derniers le décalage, on peut faire manuellement la multiplication, la division et l'extraction de racines (si on en connaît les algorithmes)



D’où vient l’énergie de l’addition mécanique ?

1- Tourner un cadran (Pascaline)
Tourner un tambour (Tchébychev)
Tourner un bouton (écrou à oreilles) (Arithmorel [1])
Enfoncer une touche (Comptometer)

2- animation externe
Manivelle (1 ou 2 ou 4 additions par tour)
Ruban (premier arithmomètre de Thomas de Colmar)
Levier (avec amortisseur pour limiter la vitesse)
Pédale sous la table (comme machine à coudre)
Moteur électrique (se généralise au 20e siècle [2])
Machine à vapeur (proposée par Babbage pour la machine analytique)
Poids (comme une horloge comtoise) proposé par Poleni (1709)

[1] L’Aritmorel est une des rares machine effectuant la multiplication par les boutons de l’affichage
[2] Certaine machines sont animées par un moteur <u>ou</u> un levier amovible

Additionneur de chiffres ou de nombres

Les additionneurs de **chiffres** :

- dés que la touche d'un chiffre est enfoncée, ce chiffre est ajouté au totalisateur
- la touche est remontée dés qu'elle est relâchée par un ressort bandé quand on l'enfonce [1]
- l'énergie du calcul est donnée par l'enfoncement de la touche. La touche est dure [2].

Les additionneurs de **nombre**

- une touche reste enfoncée jusqu'à la fin de l'opération
- on peut vérifier visuellement le dernier nombre saisi et l'annuler si nécessaire
- les touches sont très douces à enfoncer
- on effectue l'opération en actionnant un levier. Ce levier relève les touches enfoncées (sauf pour la multiplication).

Les additionneurs de chiffres sont potentiellement plus rapides mais moins tolérants aux erreurs de frappe que les additionneurs de nombre.

[1] Un mécanisme s'assure que la touche est complètement enfoncée avant de libérer le ressort
[2] Comme les touches produisent immédiatement une rotation d'une roue du totalisateur d'un angle proportionnel à la valeur de la touche, la touche 9 est plus dure que la touche 8, elle-même plus dure que 7 et ainsi de suite.

Exemples chiffre/nombre

Additionneur de chiffres :

Pascaline : la pose ajoute un chiffre (pondéré) au total
on ne peut poser qu'un chiffre à la fois
on peut poser les chiffres d'un nombre dans n'importe quel ordre

Additionneur de nombres :

Multiplieur : (Leibniz)

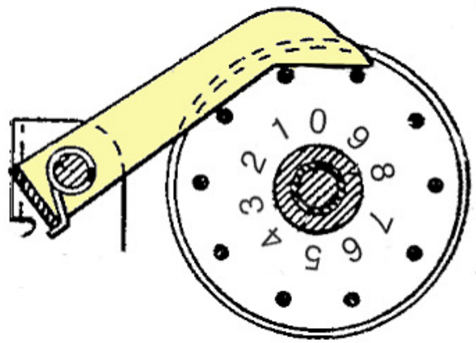
chaque tour de manivelle ajoute un nombre (multiplicande)
au totalisateur (produit partiel)

- Les additionneurs de nombres sont les plus communs
- Les additionneurs de nombres sont généralement
  animées extérieurement (manivelle, moteur)
- Exception : **Comptometer** de Dorr E. Felt (1887)

Problèmes de la représentation

1- Problème de représentation : Discrétisation/restauration

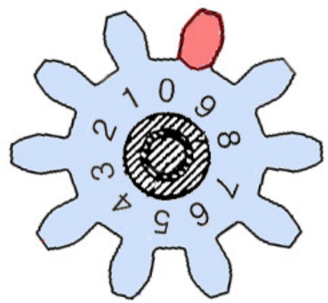
La restauration peut être passive (ressort)
ou active (activée à la fin du calcul) [1]



10 états stables

2- Détection du passage de 9 à 0 (et de 0 à 9)

Une dent épaissie ou un ergot entre 0 et 9



[1] La restauration active a été d'abord introduite pour <u>diminuer</u> le bruit.
Elle est généralisé dans les machines rapides.

Problèmes de l'addition

ce qui compte c'est ce qui se compte (Harpagon)

3- Propagation de retenue :

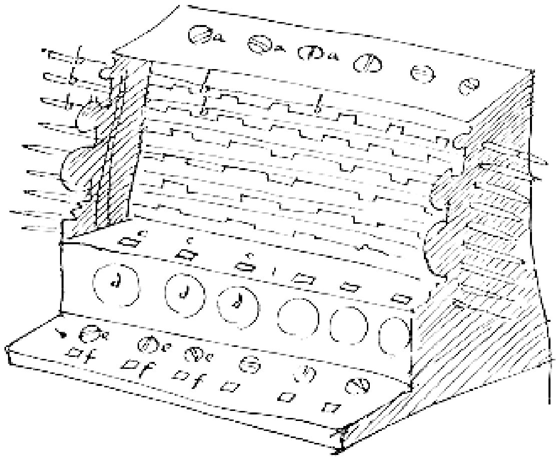
Exemple : « grande retenue »

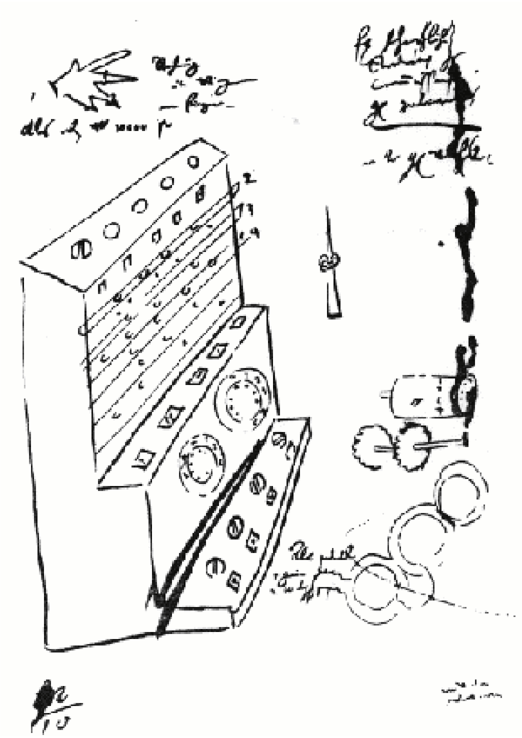
$$\begin{array}{r} 9\,9\,9\,9\,9\,9\,9\,9\,9\,9\,9\,9 \\ +\,1 \\ \hline 1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \end{array}$$

- On prend toujours cet exemple car une cause minimale (+ 1) produit un effet maximal (modification de <u>tous</u> les chiffres)
- Si on ajoute à un nombre A (non divisible par 10) le nombre $10^n - A$ la retenue se propage sur n positions (modifie n+1 chiffres)

Machine de Schikard

Le premier mécanisme automatisant le calcul est peut-être l'œuvre de Wilhelm Schickard en 1623 (année de la naissance de Blaise Pascal). Construite en un seul exemplaire, la machine fut détruite dans un incendie 5 mois plus tard. Aucun témoignage sur son fonctionnement.

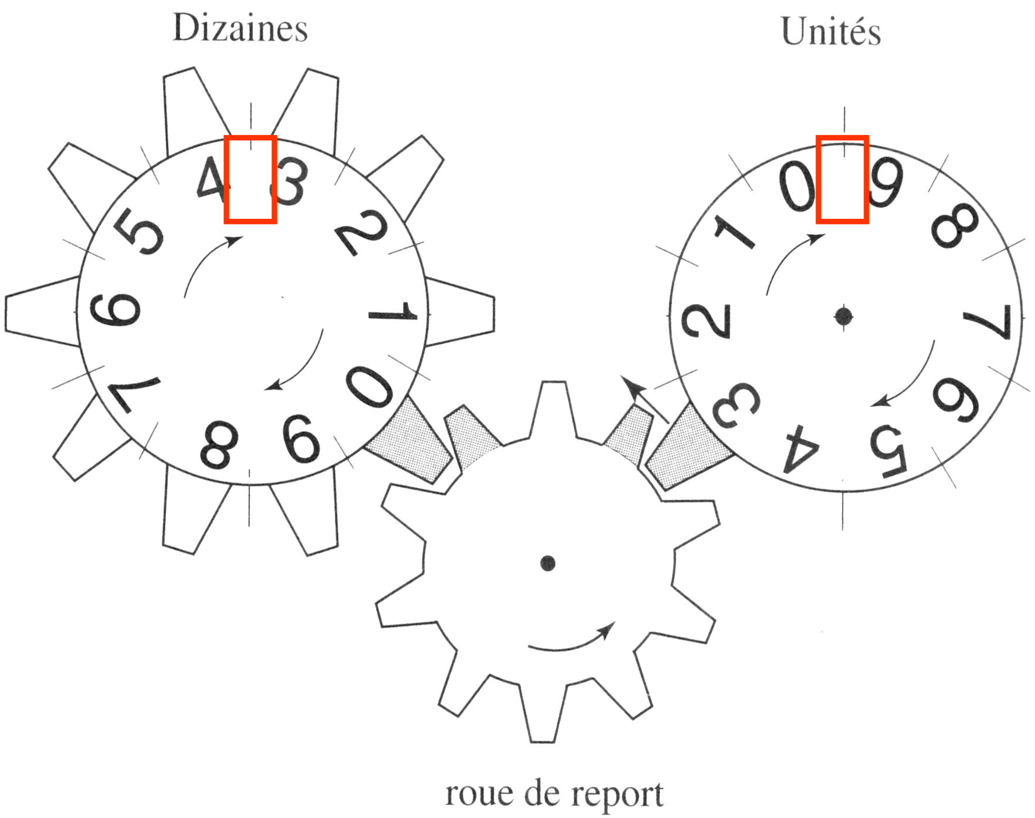




Lettre à Johannes Kepler du 7 mars 1624

(1592-1635)

Dispositif de Schikard (1)



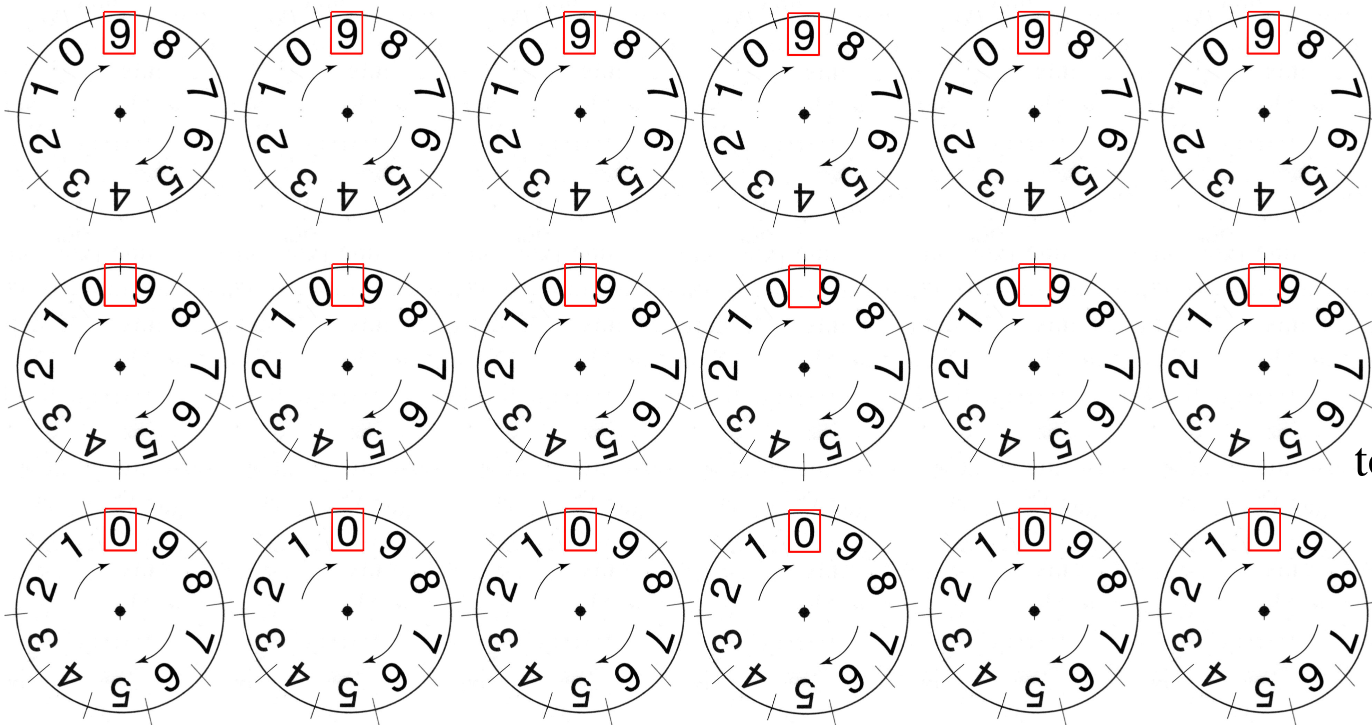
Quand la roue des unités est entre 9 et 0 elle engrène la roue des dizaine et ainsi de suite pour tous les chiffres

Donc quand la roue des unités passe de 9 à 0 (1/10 tour), elle entraîne la roue des dizaine d'un chiffre (1/10 tour).
La roue des dizaines fait " +1 modulo 10 "

Quand la roue des unités tourne en sens inverse et passe de 0 à 9 (1/10 tour), elle entraîne la roue des dizaine d'un chiffre (1/10 tour) toujours en sens inverse.
La roue des dizaines fait " – 1 modulo 10 "

Dispositif de Schikard (2)

« grande retenue » avec la machine de Schikard



État initial :
total = 99 999
toutes les roues sont libres
(non engrenées)

On ajoute 1 (roue de droite)
la retenue se propage
toutes les roues sont engrenées
toutes les roues tournent de 1/10 tour

État final :
total = 00 000
toutes les roues sont libres

Très difficile sans restauration !

Solutions de Pascal (1)

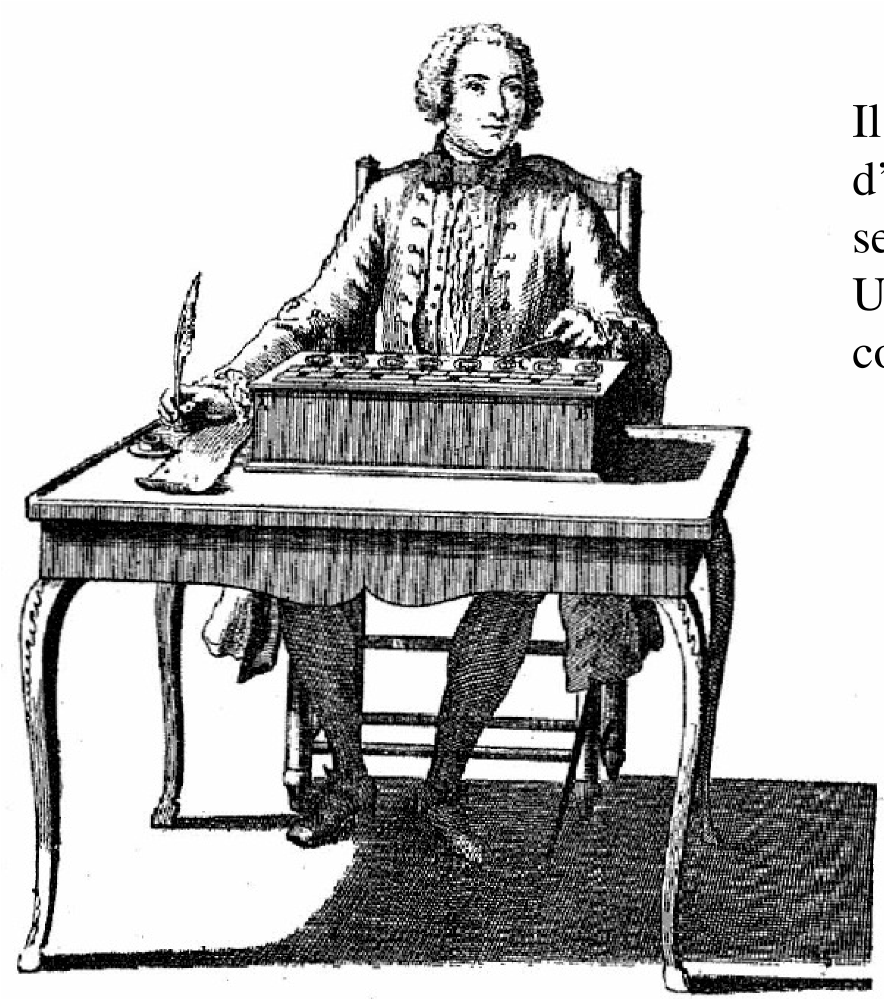
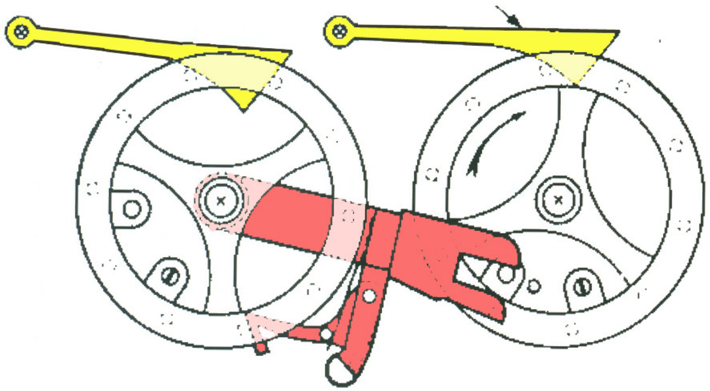
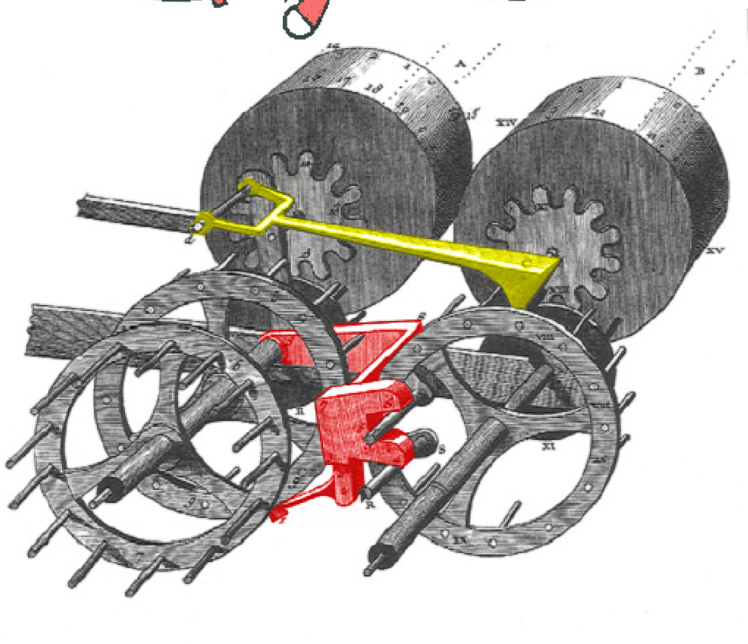


Fig. 1. — La machine de Pascal et la manière de s'en servir.

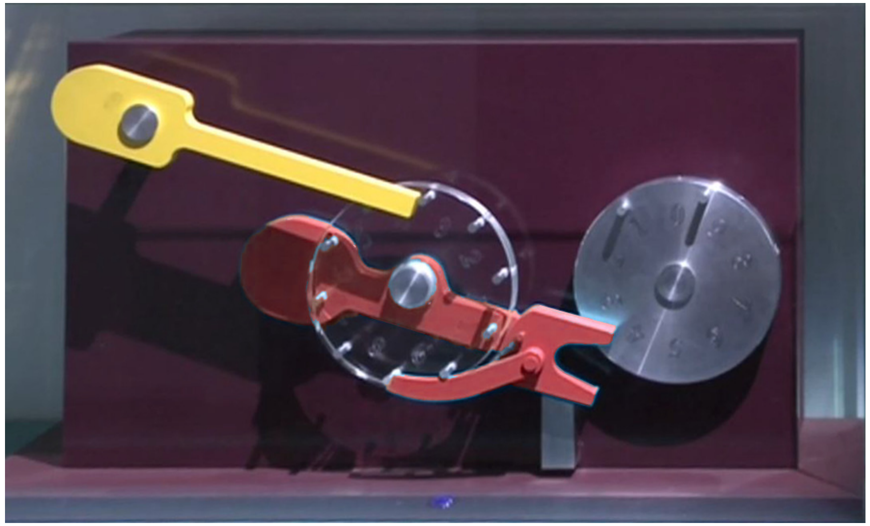
Il reste malheureusement peu d'information sur la « manière de se servir » de la machine de Pascal.
Une glissière permet d'obtenir le complément à 9 du chiffre affiché.

Dispositif de Pascal (2)



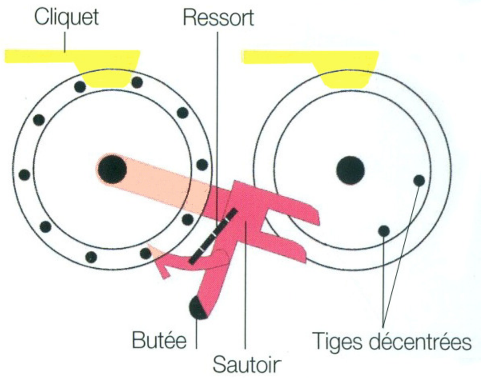


Deux pièces importantes
1- le cliquet (en jaune)
2- le sautoir (en rouge)

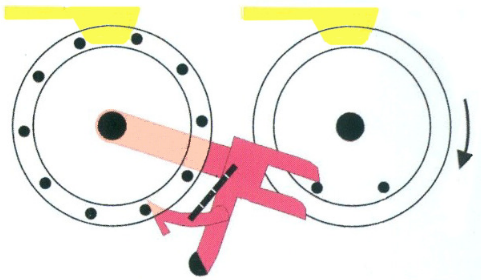


Maquette du sautoir au muséum
Henri-Lecoq de Clermont-Ferrand

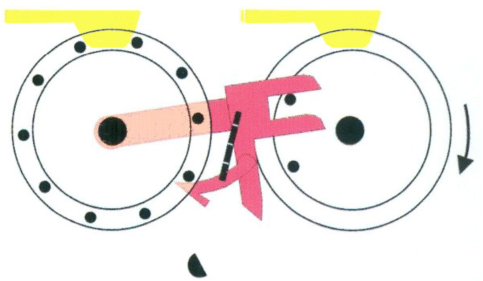
Dispositif de Pascal (3)



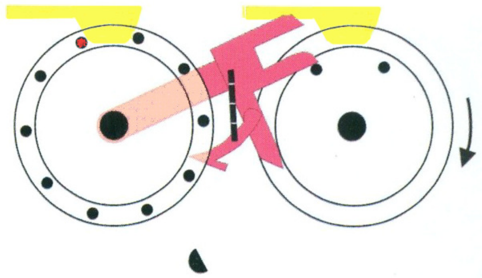
entre 0 et 5 la
roue des unités
tourne librement



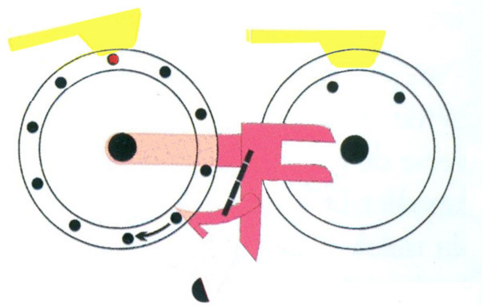
la roue des unités est
à 5, elle engrène le
sautoir et le soulève



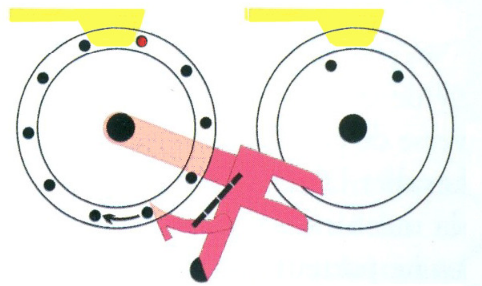
le sautoir frotte la
tige de la roue des
dizaines. Le cliquet
empêche cette roue
d'être entraînée



la roue des unités
passe le 9. Le sautoir
est libéré



le sautoir retombe.
La roue des dizaine
soulève le sautoir des
centaines et le
cliquet des dizaines



le cliquet retombe et
discrétise la roue des
dizaines

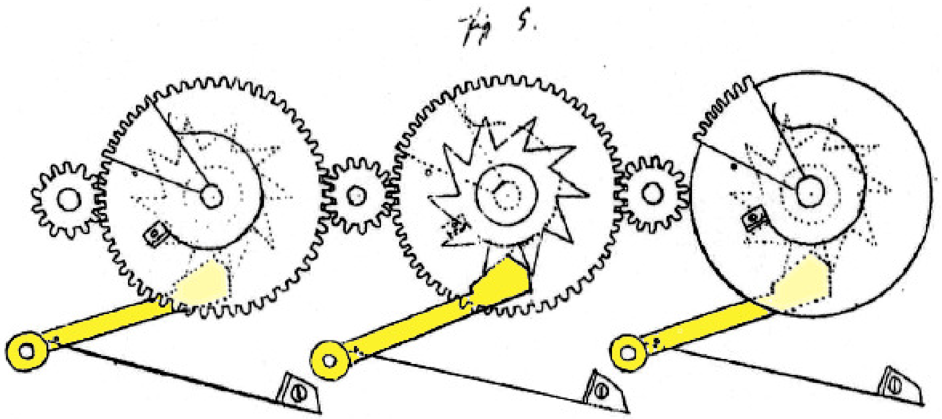
Héritage de Pascal et Schikard

Point de vue philosophique :
Une idée révolutionnaire : une machine peut effectuer une opération arithmétique

Point de vue mécanique :
Stockage de l'énergie de la retenue (sautoir de Pascal)
- ressort à lame puis ressort à boudin. Se retrouve dans les machines les plus récentes.

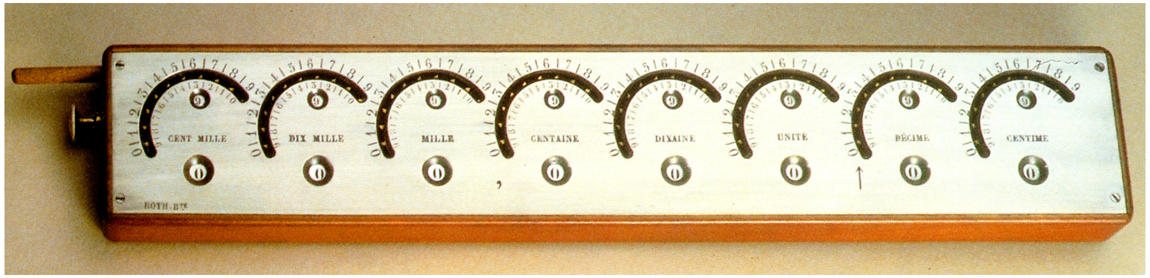
Restauration (cliquet de Pascal)
- absolument nécessaire pour la discrétisation. La microélectronique en a hérité.

Roue à dent unique (Schikard)
- maint fois retrouvée, utilisée (parfois) dans les compte-tours
- utilisé pour la propagation rapide de retenue (assistée par un moteur)

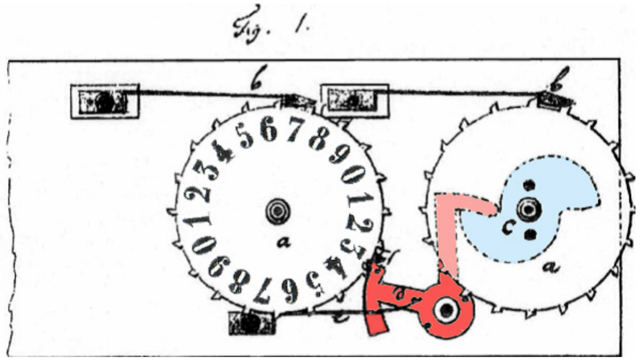


Synthèse Pascal/Schikard
Didier Roth
28 septembre 1840

Descendants de Schikard et Pascal

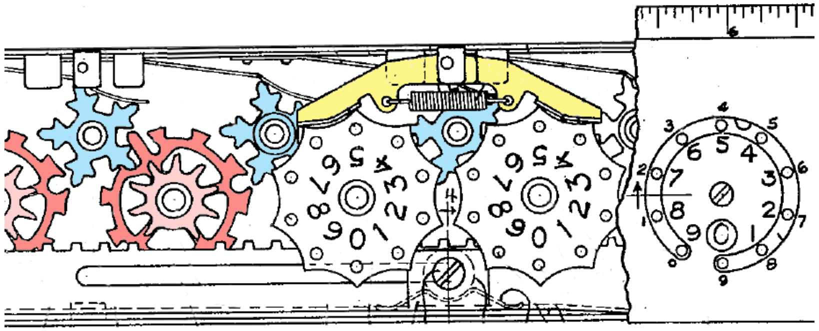


Machine de Roth (1841)
(musée du CNAM)



Système « Pascal »
(pesanteur remplacé par un ressort [1])

ADDOMETER (1900)

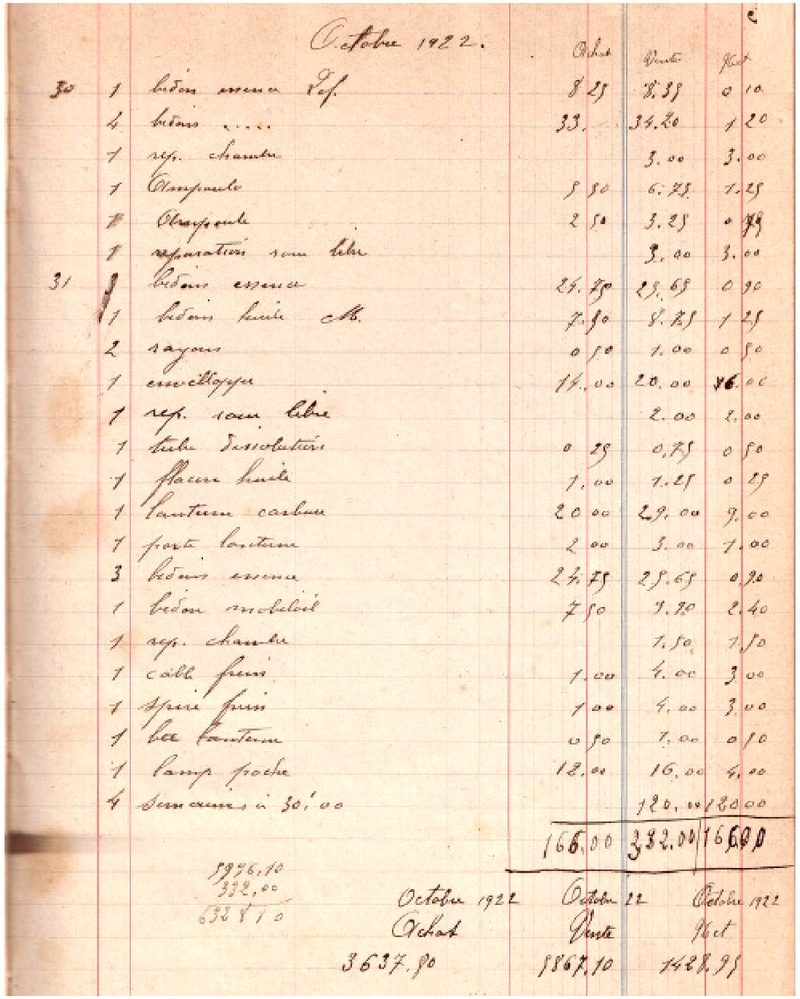


Système « Schikard » amélioré
+ restauration

[1] La pesanteur est plus fiable que le ressort: la pesanteur ne casse pas.

Addition sans propagation

La propagation de retenue est un problème ? Éliminons le problème



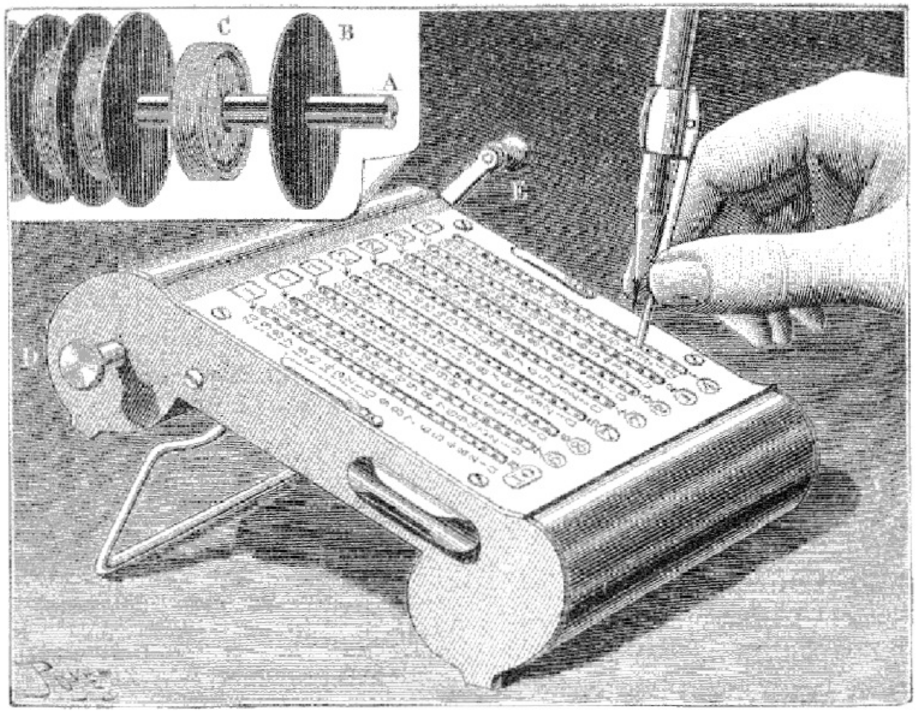


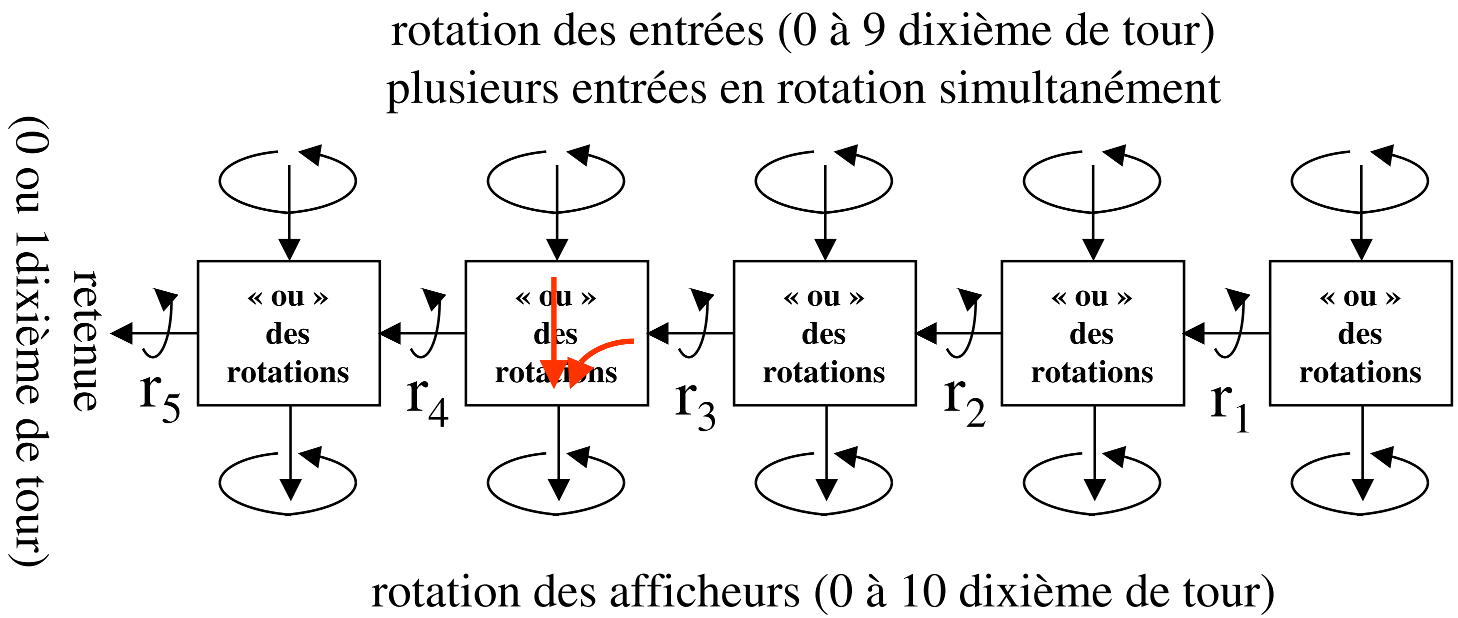
Fig. 1. — Machine à additionner.

Machine sans propagation. 1893
Ruban perforé portant les nombres de 0 à 99
Manivelle pour rembobiner les rubans

L’exposé pas à pas

- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
  - Addition de chiffres ou de nombres
  - Représentation des chiffres décimaux
  - Addition des nombres
    - Comptometer
    - Hélice de retenues
  - Soustraction
  - Exemples (addition/soustraction)
    - Thales Klein Addier
    - Olivetti Summa Quanta
    - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
  - Multiplication semi-automatique
  - Multiplication automatique
  - Multiplication directe
  - Actionneur
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

Totalisateur de nombres



Problème: <u>conflit</u> entre rotation d'une entrée (pose) et rotation de la retenue

Si une retenue tourne en <u>même temps</u> qu'une entrée, la sortie n'est pas la somme des rotations

Leibniz n'a pas réussi le totalisateur de nombres

Solutions pour le conflit

1- mémoriser et retarder chaque retenue pour <u>éviter</u> le conflit

1-a- tant que l'entrée correspondante est active (la roue est en train de tourner)

1-b- après les sommes modulo 10 (effectuée en parallèle)

1-b-I ajouter les retenues séquentiellement (hélice de retenues)

1-b-II ajouter les retenues simultanément (anticipation)

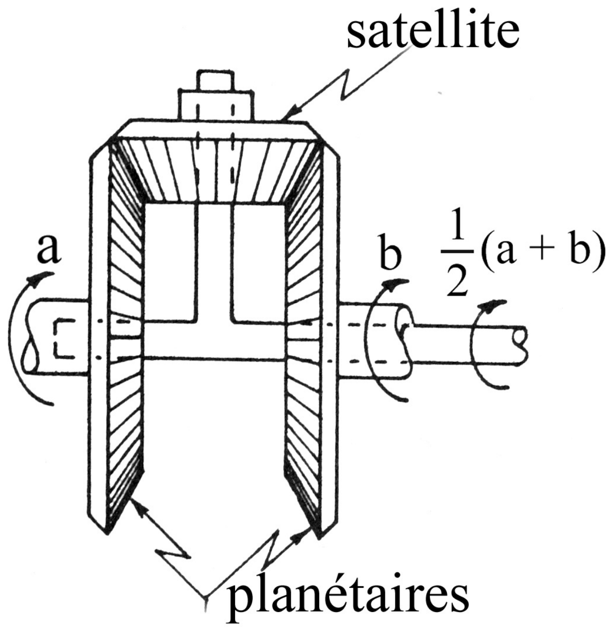
$$T + A \Rightarrow T' + R \Rightarrow T''$$

T' = total modulo 10

R = retenues (chiffres $\in \{0, 1\}$)

2- addition de 2 entrées simultanées (sans conflit)

faire la somme des rotations par des engrenages différentiels



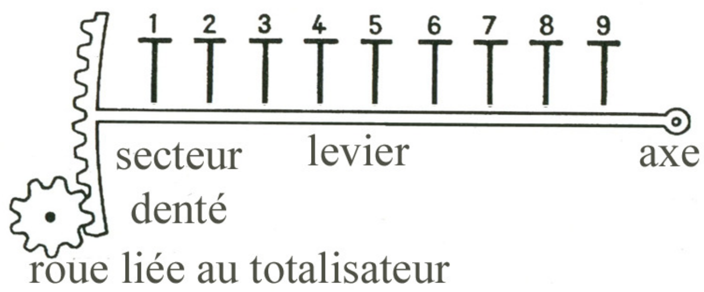
L’exposé pas à pas

- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
  - Addition de chiffres ou de nombres
  - Représentation des chiffres décimaux
  - Addition des nombres
    - Comptometer
    - Hélice de retenues
  - Soustraction
  - Exemples (addition/soustraction)
    - Thales Klein Addier
    - Olivetti Summa Quanta
    - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
  - Multiplication semi-automatique
  - Multiplication automatique
  - Multiplication directe
  - Actionneur
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

Le Comptometer de Felt & Tarrant

The "machine gun of the office" (1887)

Le Comptometer est un additionneur à clavier complet
L'enfoncement d'une touche fait tourner une roue d'un angle proportionnel à la valeur marquée sur la touche



Pour afficher les nombres rapidement, on se sert de plusieurs doigts pour enfoncer plusieurs touches simultanément comme un pianiste plaque un accord.
Le Comptometer est un <u>additionneur de nombres</u> sans animation externe.
La manivelle sur le côté ne sert qu'à la remise à zéro.
Il peut y avoir <u>conflit entre une retenue et l'enfoncement</u> d'une touche

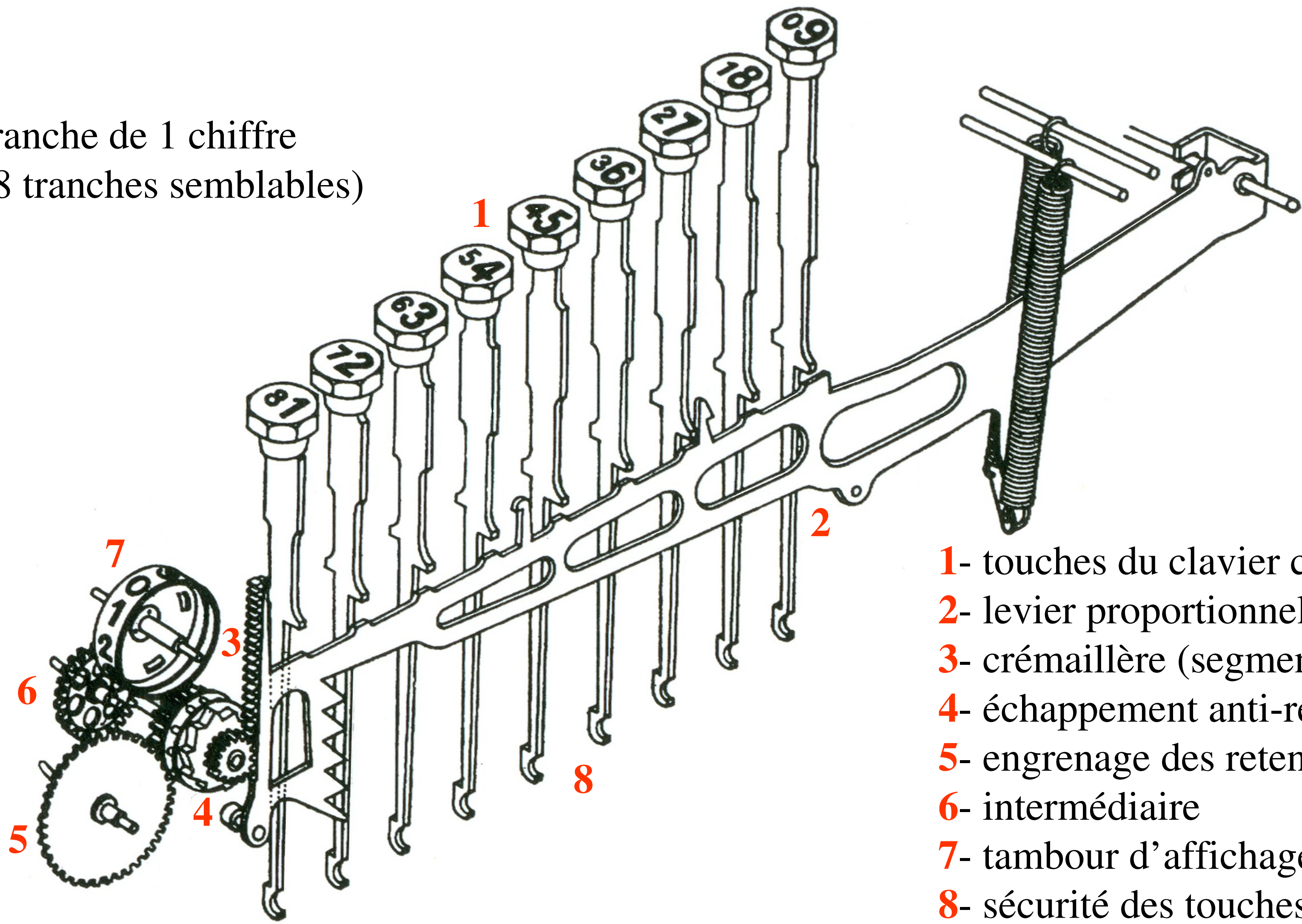
Exemple :

$$\begin{array}{r} 6\,6\,6\,6 \\ +\,6\,6\,6\,6 \\ \hline 1\,3\,3\,3\,2 \end{array}$$

on génère 4 retenues <u>pendant</u> que les touches sont enfoncées

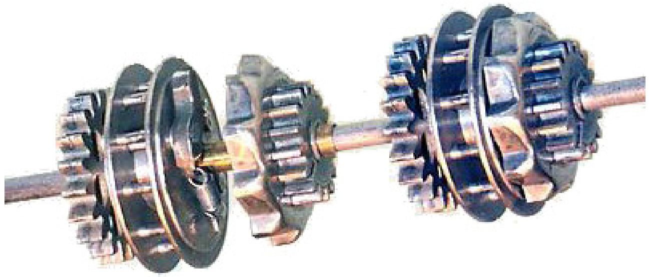
Le Comptometer de Felt & Tarrant (cont.)

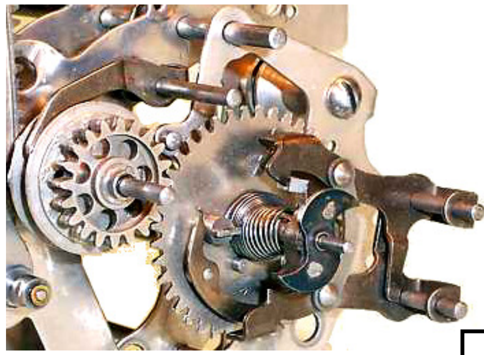
tranche de 1 chiffre
(8 tranches semblables)

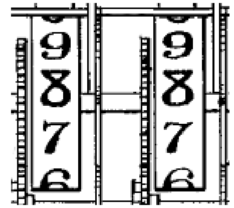


1- touches du clavier complet
2- levier proportionnel
3- crémaillère (segment d'engrenage)
4- échappement anti-retour
5- engrenage des retenues
6- intermédiaire
7- tambour d'affichage du totalisateur
8- sécurité des touches

Le Comptometer de Felt & Tarrant (cont.)





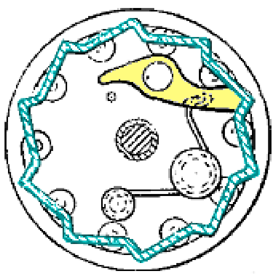


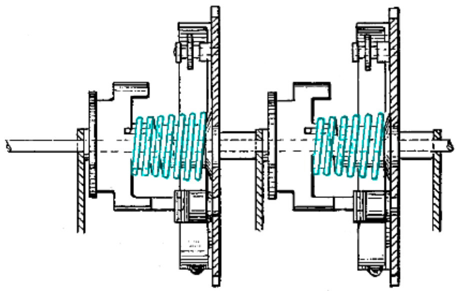
enfoncement touche → rotation (segment d' engrenage) → anti-recul à rochets restauration → stockage (ressort) → échappement à ancre → retenue → tambour d'affichage

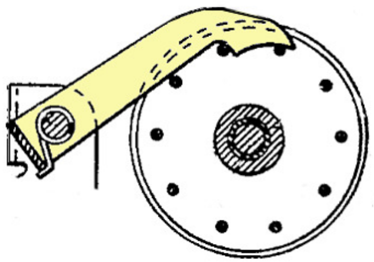
anti-recul à rochets restauration → tambour d'affichage

touche relevée

passage de 9 à 0







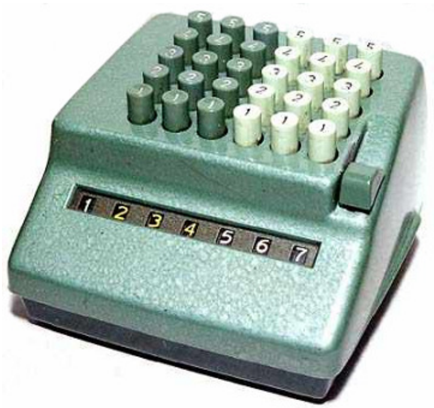
Échappement si
1 – le tambour de droite est passée de 9 à 0
2 – le tambour courant est libre (la touche est relevée)

Le Comptometer de Felt & Tarrant (cont.)

Pour éviter les erreurs de pose, une crémaillère assure que :
1 – chaque touche est complètement enfoncée avant de remonter
2 – chaque touche est complètement remontée avant qu'on puisse l'enfoncer à nouveau.

En cas d'erreur (touche incomplètement enfoncée) un bouton rouge annule l'opération.

Comme les touches produisent immédiatement une rotation d'une roue du totalisateur d'un angle proportionnel à la valeur de la touche, la touche 9 est plus dure que la touche 8, elle-même plus dure que 7 et ainsi de suite, certains utilisateurs préféraient enfoncer successivement les touches 4 puis 5 plutôt que la 9 plus dure, 4 puis 4 plutôt que 8 et ainsi de suite. On a vu apparaître des additionneurs n'ayant que les touches de 1 à 5.

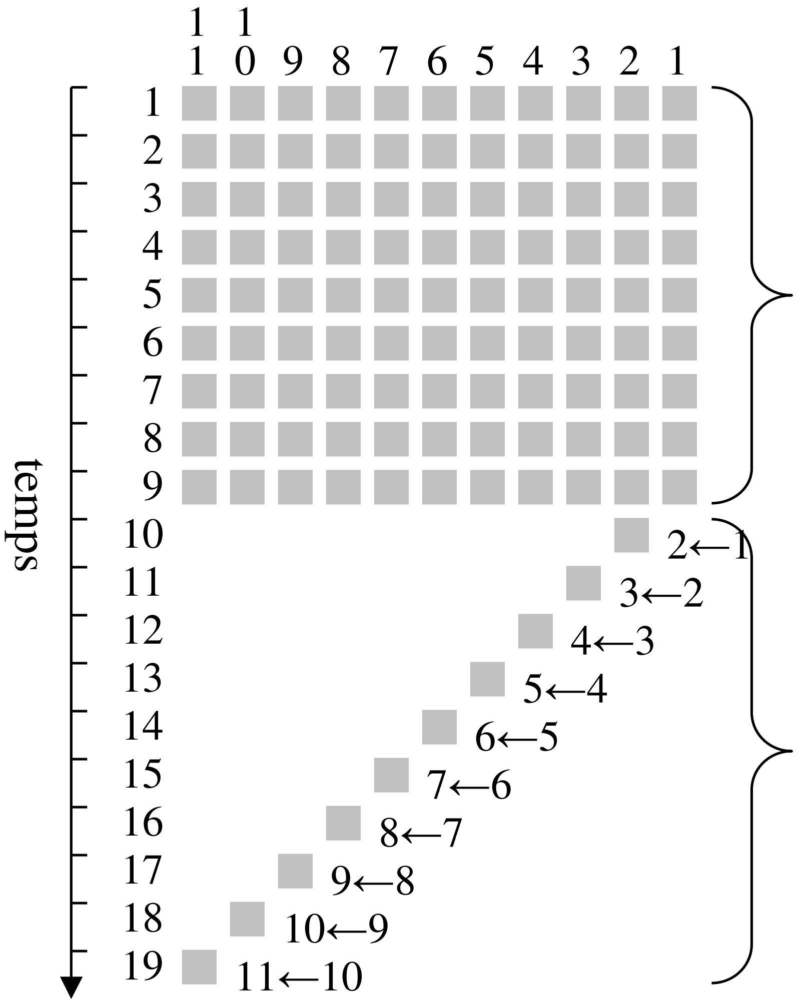


Jack Tramiel

L’exposé pas à pas

- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
  - Addition de chiffres ou de nombres
  - Représentation des chiffres décimaux
  - Addition des nombres
    - Comptometer
    - Hélice de retenues
  - Soustraction
  - Exemples (addition/soustraction)
    - Thales Klein Addier
    - Olivetti Summa Quanta
    - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
  - Multiplication semi-automatique
  - Multiplication automatique
  - Multiplication directe
  - Actionneur
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

Ajout des retenues séquentiellement



Chaque carré représente
soit l'ajout de 1 (rotation de 1/10 tour)
soit l'ajout de 0 (pas de rotation)

somme modulo 10
retenues mémorisées

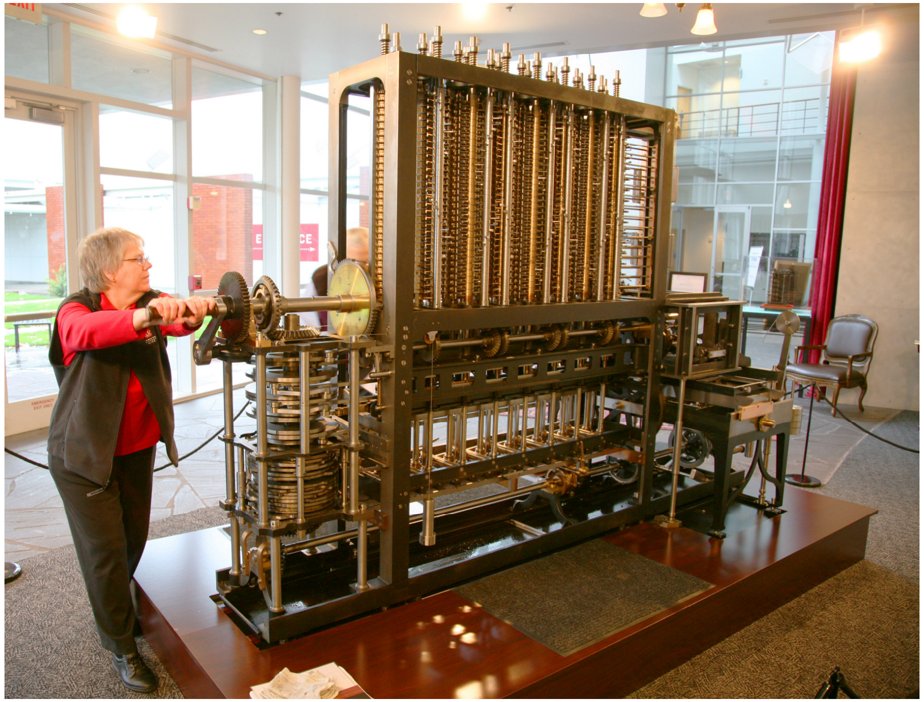
ajout des retenues
retenues mémorisées

Exemple :

```
 099999
+     1
-------
 099990
 099900
 099000
 090000
 000000
 100000
 100000
 100000
```

Machine à différences de Charles Babbage

Utilise une « hélice de retenues » pour séquencer les retenues de l'addition



Reconstitué en 2008. Computer History Museum
5 tonnes, 8 000 pièces
http://www.computerhistory.org/babbage/

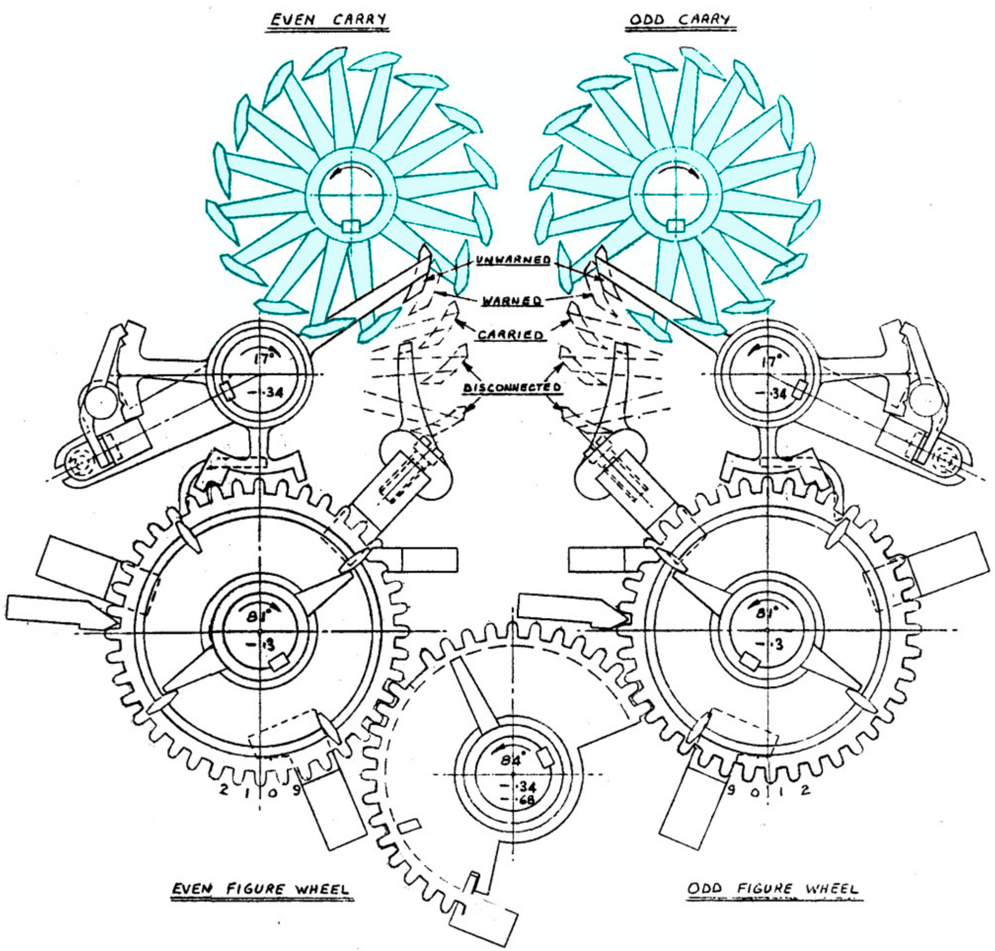
Babbage a conçu une « machine à différences » commandée par le gouvernement britannique pour établir des tables de calcul sans erreur. Cette machine fut construite partiellement de 1822 à 1833.

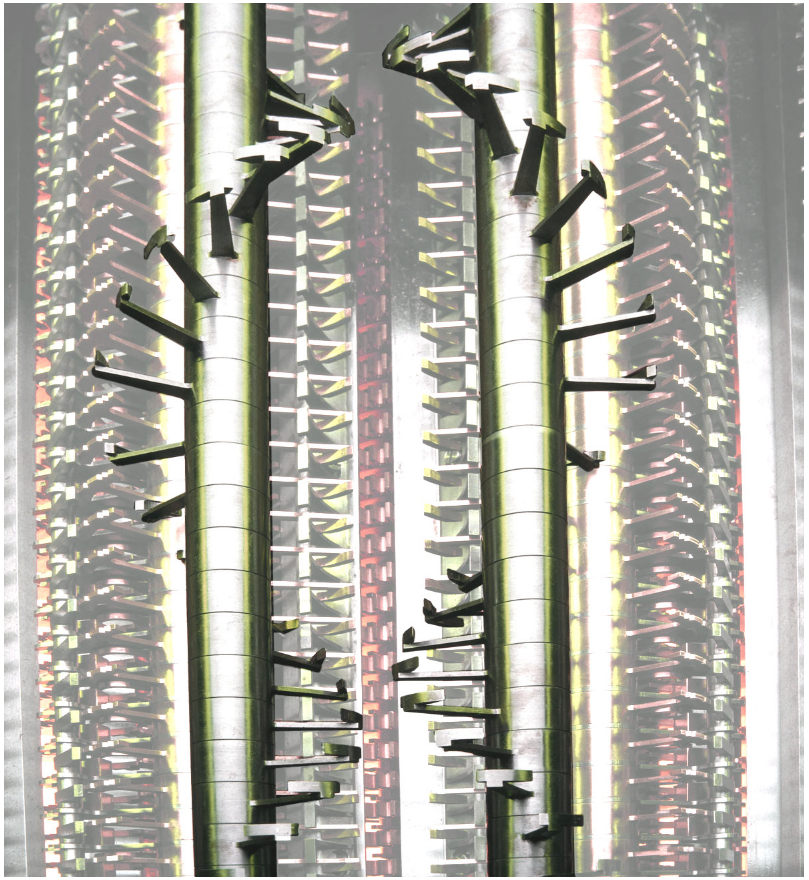
Exemple de calcul des carrés des entiers successifs par la méthode des «différences finies Δ»

31 chiffres décimaux

	Δ	Δ^2
1		
	3	
4		2
	5	
9		2
	7	
16		2
	9	
25		2
	11	
36		

Hélice de retenues de Charles Babbage



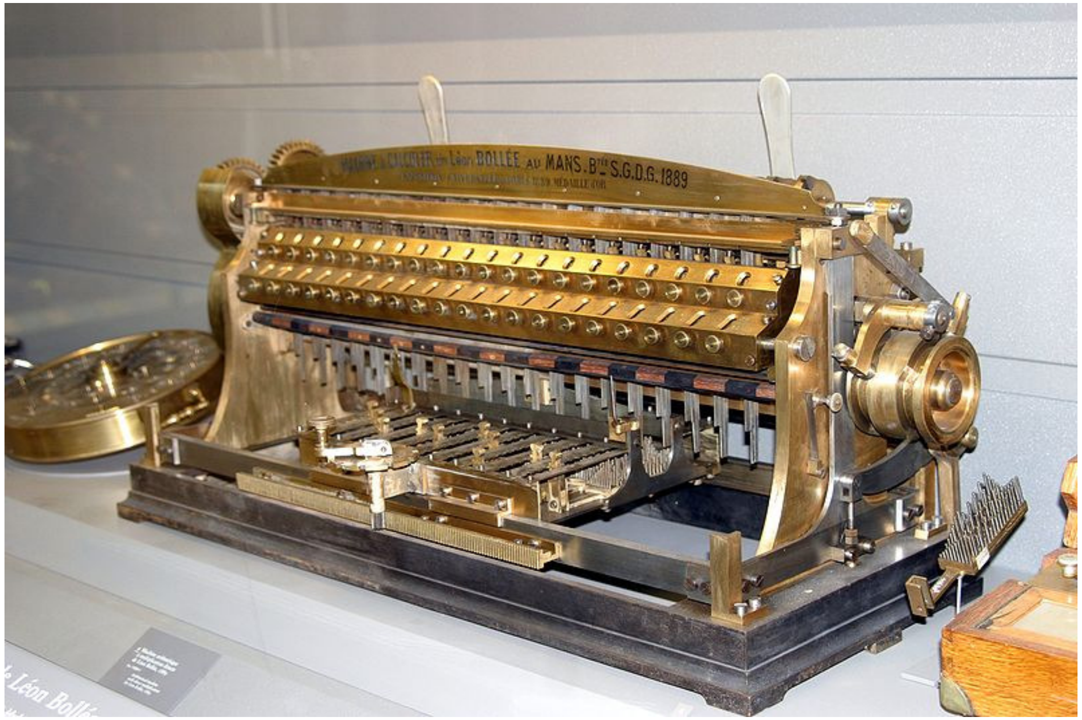


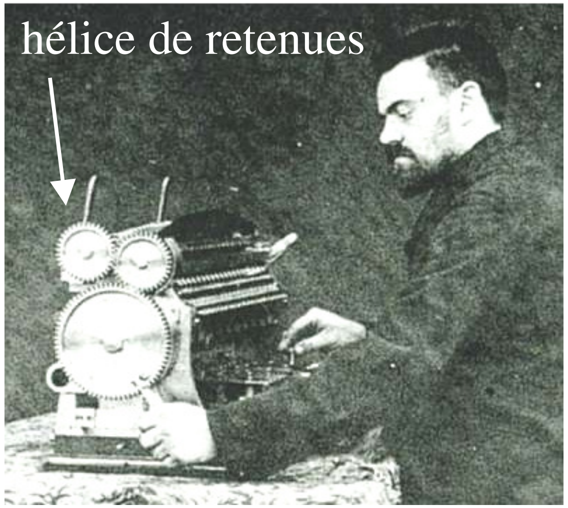
Hélices de retenues de la machine à différences de Babbage

Chaque came pousse un culbuteur s’il est "signalé"
4 positions de culbuteur : non-signalé, signalé, effectué, désactivé
le culbuteur fait tourner l’engrenage du registre de 1 dent

Machine à multiplier de Léon Bollée

Utilise une « hélice de retenues » pour séquencer les retenues de l'addition/soustraction





Léon Bollée (1870-1913)

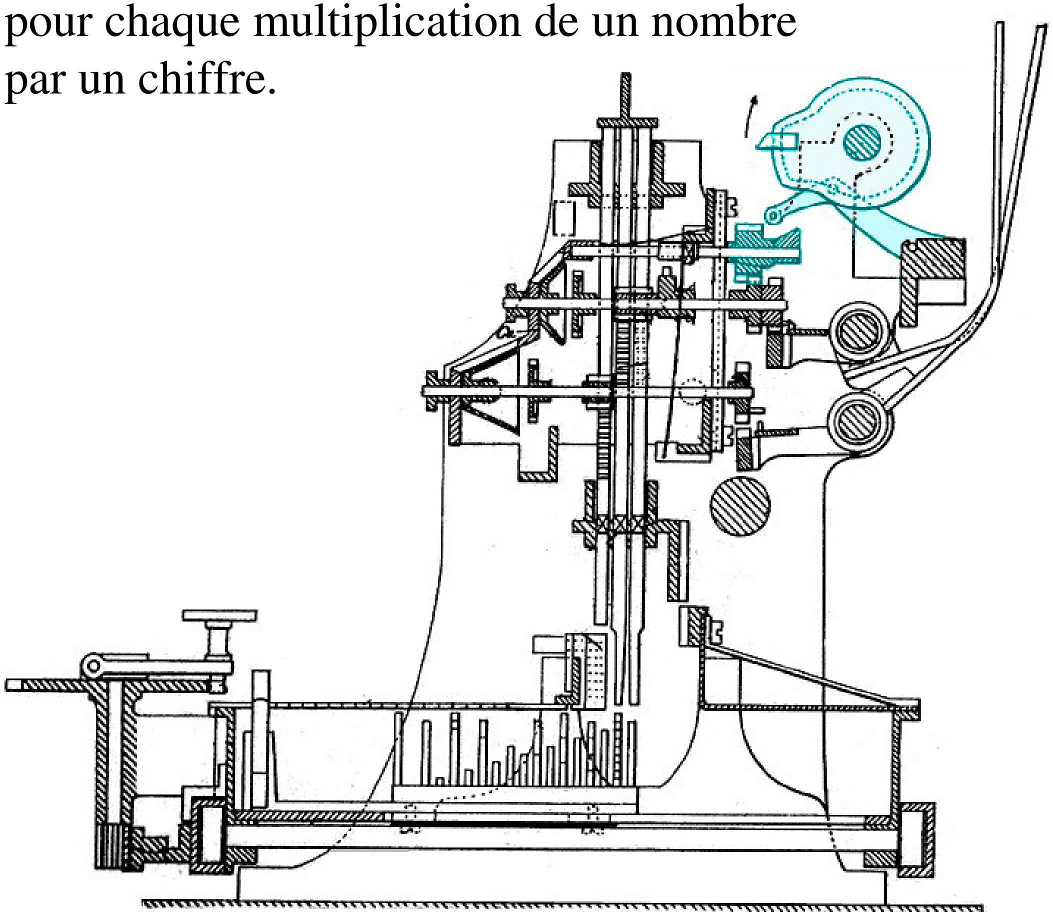
20 chiffres décimaux

Une manivelle permettent de choisir sur une crémaillère le multiple d'un multiplicande à ajouter au totalisateur

700	600	500	400	300	200	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Hélice de retenues de Bollée

La machine à multiplication directe de Léon Bollée fait 2 additions/soustractions pour chaque multiplication de un nombre par un chiffre.



Seul le totalisateur (cadran du haut) a une hélice de retenue.
Le compteur de tour (cadran du bas) ne fait que recopier le multiplieur.

… arbre avec 20 cames chacune à 4°31’ et 33 mm de la précédente. Une rainure (pointillé sur le dessin) entraîne un culbuteur. Ce culbuteur est muni à son extrémité d’un ergot dépassant de chaque côté. En s’abaissant cet ergot passe derrière le pignon en position avancée ou bien le fait tourner de une dent en position reculée. Ensuite cet ergot repousse le pignon en avant et est libre de remonter.

Justification de Léon Bollée

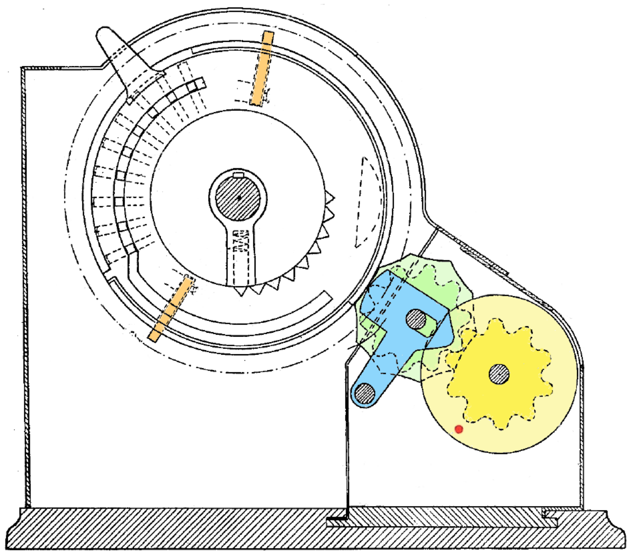
Dans son brevet, Léon Bollée justifie ce décalage des cames pour éviter toute erreur de calcul. "Supposons, dit-il, que le totalisateur soit à 999.999 et que l'opération soit d'ajouter 1 au nombre déjà indiqué. Si les cames étaient arrangées pour agir simultanément, le résultat serait 999.900 au lieu de 1.000.000 comme il devrait être et est effectivement si les cames sont arrangées pour agir séquentiellement."

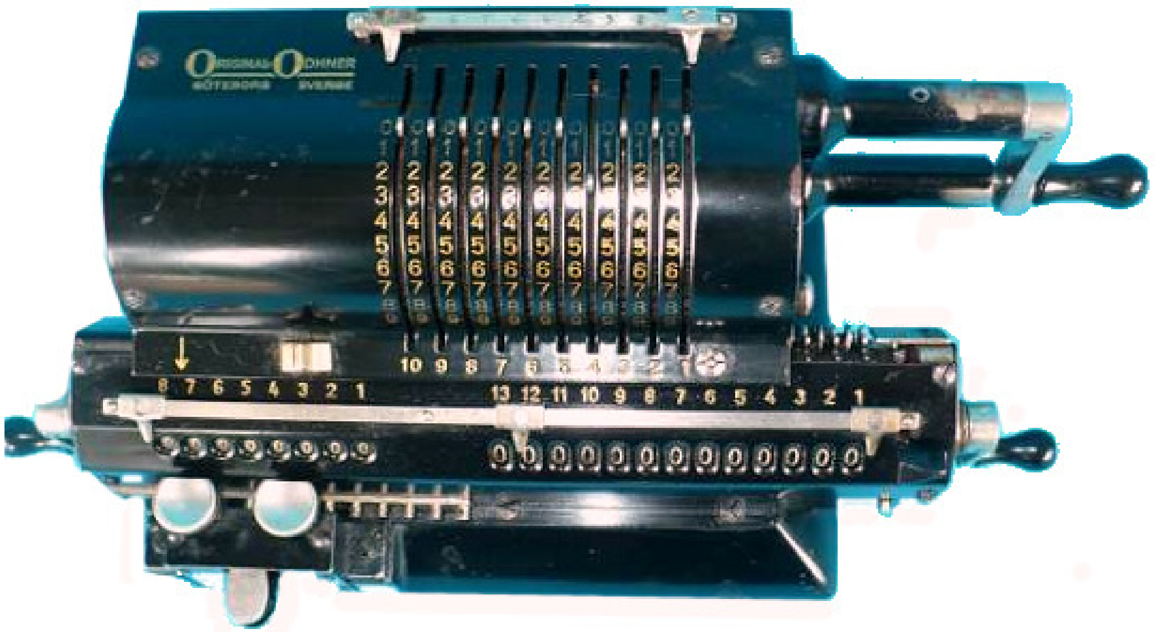
Quelques remarques : la dernière came sert à indiquer le débordement, c'est-à-dire le changement de signe du totalisateur.

Le « Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale » de Septembre 1895 publie un mode d'emploi rédigé par Léon Bollée :
addition, soustraction, multiplication, division, division automatique (sans utiliser d'abaque), extraction de racine carrée, extraction de racine carrée automatique (sans utiliser d'abaque).
Quatre opérations sur sept n'utilisent que la multiplication par un.
C'est un réquisitoire contre la multiplication d'un nombre par un chiffre (autre que un).

Machine Original Odhner

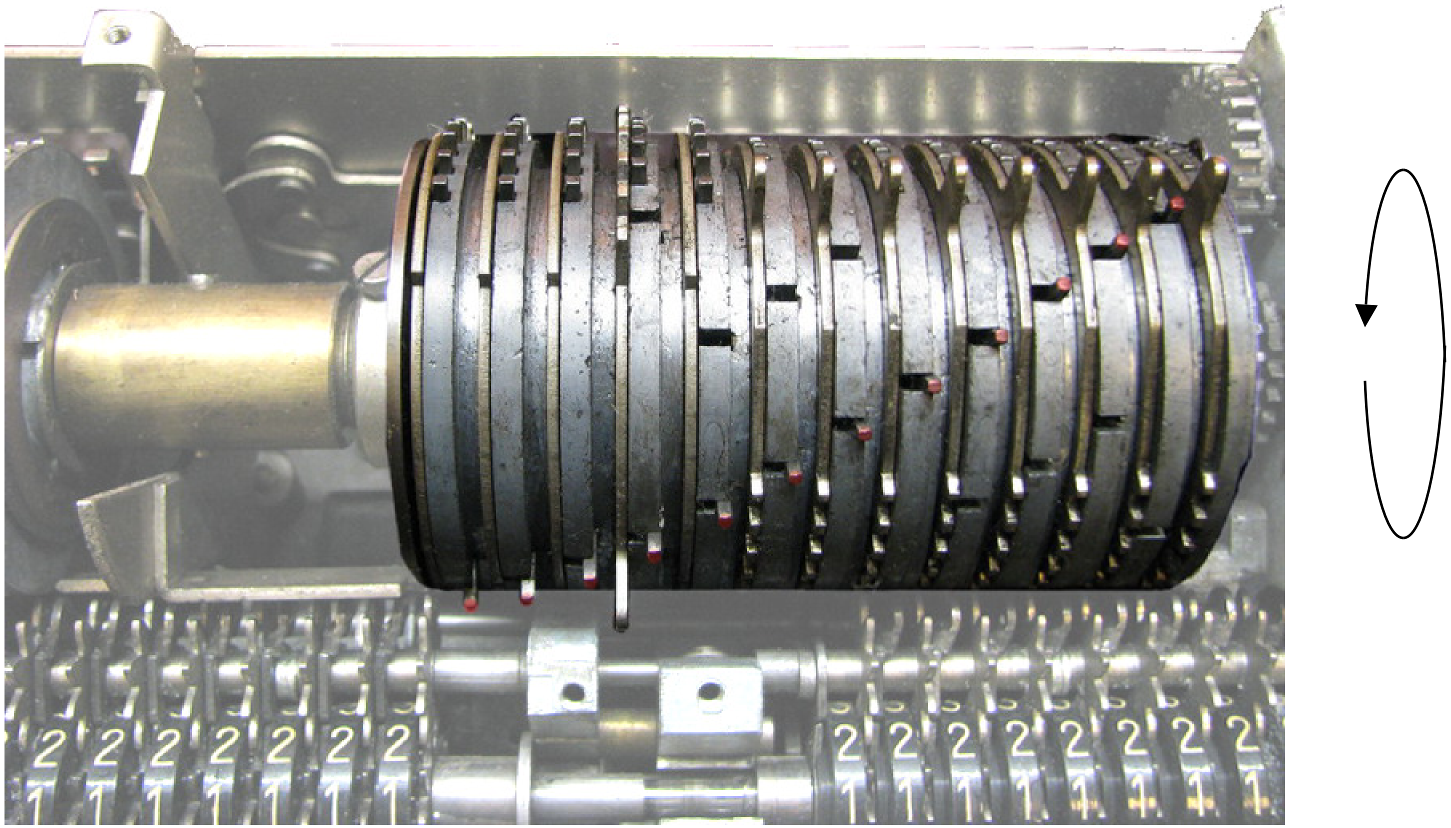
Machine qui à deux « hélices de retenues », pour l'addition et pour la soustraction





Brevet de Valentin Jakob Odhner, cousin et gendre de Odhner (1920)

Hélice de retenues intégré à l'addition

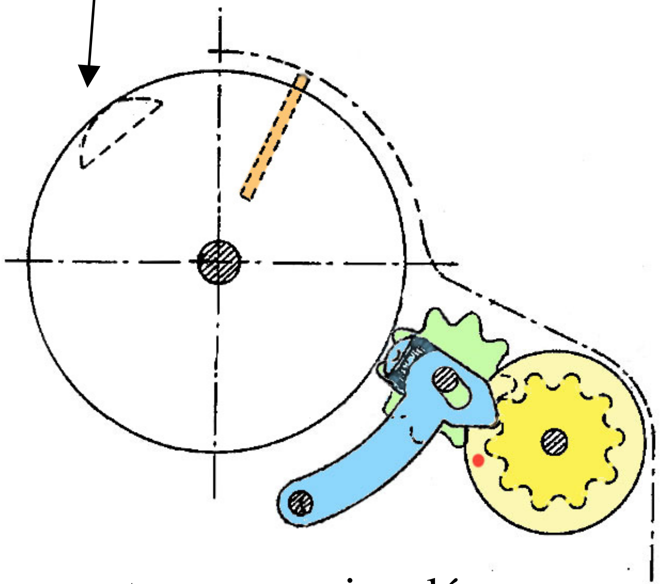


Cylindre d'une machine "Original Odhner" avec l'hélice de retenues
(machine à multiplier/diviser, les autres dents sont pour l'addition)
vers 1930

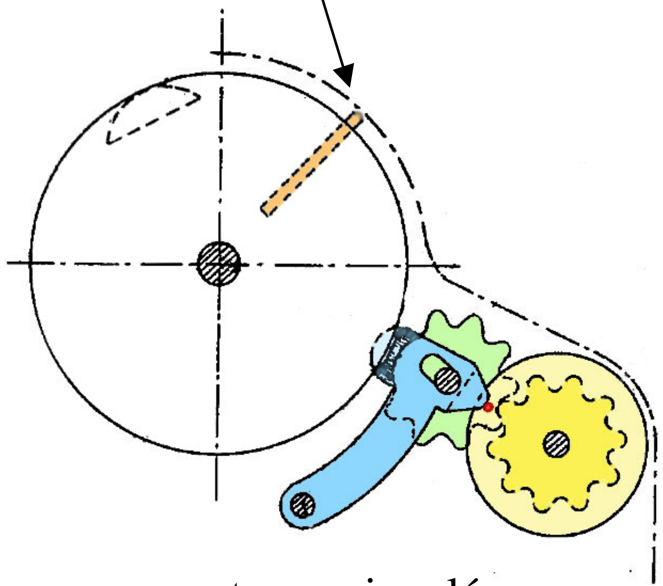
Hélice de retenues de Odhner

remise à zéro des retenues

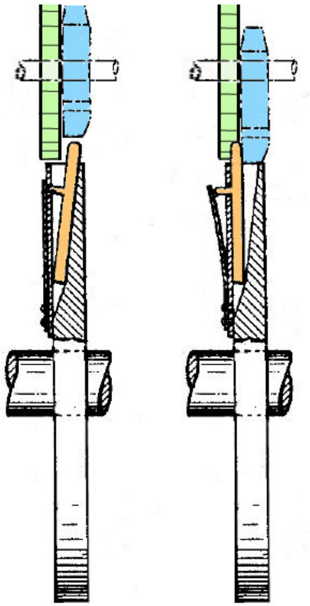
dent déplaçable latéralement



retenue non signalée
(retenue = 0)



retenue signalée
(retenue = 1)



retenue
effectuée

Brevets US Valentin Jakob Odhner 1920 (cousin et gendre)

L’exposé pas à pas

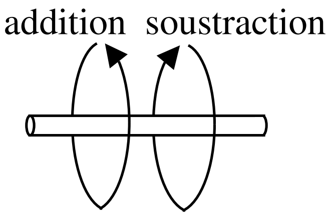
- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
  - Addition de chiffres ou de nombres
  - Représentation des chiffres décimaux
  - Addition des nombres
    - Comptometer
    - Hélice de retenues
  - Soustraction
  - Exemples (addition/soustraction)
    - Thales Klein Addier
    - Olivetti Summa Quanta
    - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
  - Multiplication semi-automatique
  - Multiplication automatique
  - Multiplication directe
  - Actionneur
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

Soustraction

Trois méthodes pour la soustraction:

1- Méthode directe : $T = T - A$

les engrenages tournent en sens inverse



2- Débordement : $T = T + (10^n - A)$

$10^n - A = \overline{A} + 1$ ($\overline{A}$ est le complément à 9 de A)

$10^n - 1$ = valeur maximum (machine de n chiffres)

3- Double complémentation :

$T = \overline{T}$ $= 999\,999 - T$

$T = T + A$ $= 999\,999 - T + A$

$T = \overline{T}$ $= 999\,999 - (999\,999 - T + A) = T - A$

Exemples de machines d'addition/soustraction

Trois machines : trois approches de l'addition/soustraction de nombres

1- Thales Patent KA :

Machine à clavier complet, addition/soustraction
propagation de retenue après somme modulo 10

2- Olivetti :

Machine à clavier réduit, addition/soustraction,
décalage, retenue anticipée après somme modulo 10

3- Machine de Tchebychev :

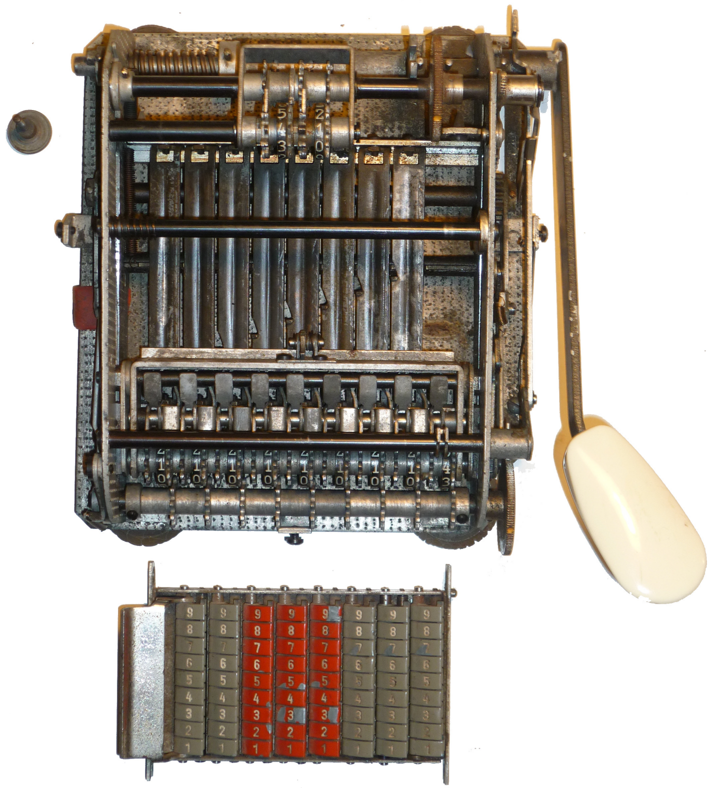
Machine à mouvement continu, addition/soustraction
3-1 Machine Marchant

L’exposé pas à pas

- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
  - Addition de chiffres ou de nombres
  - Représentation des chiffres décimaux
  - Addition des nombres
    - Comptometer
    - Hélice de retenues
  - Soustraction
  - Exemples (addition/soustraction)
    - Thales Patent Klein Addier
    - Olivetti Summa Quanta
    - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
  - Multiplication semi-automatique
  - Multiplication automatique
  - Multiplication directe
  - Actionneur
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

Thales Patent KA

Construite par Thaleswerk, Rechnenmaschinen-Spezialfabrik GmbH, à Rastatt, en Allemagne Fédérale, de 1954 à 1962, cette KA (Klein-Addiermaschine) additionne ou soustrait des nombres jusqu'à huit chiffres à un totalisateur de neuf chiffres (999 999 999).
Elle possède un curieux clavier complet de 8 x 9 touches numériques rectangulaires qui basculent au lieu de s'enfoncer.



Machine prêtée par Alain Billerey

Touches de la Thales KA

Touches en Zamak avec inclusion d'acier

Chaque touche d'une colonne recouvre légèrement la touche inférieure. Ainsi si on enfonce le 5, il enfoncera le 4 qui enfoncera le 3 qui enfoncera le 2 et le 1.
On note par 0 la touche relevée et 1 la touche enfoncée

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Code « Thermométrique »

Totalisateur de la Thales KA

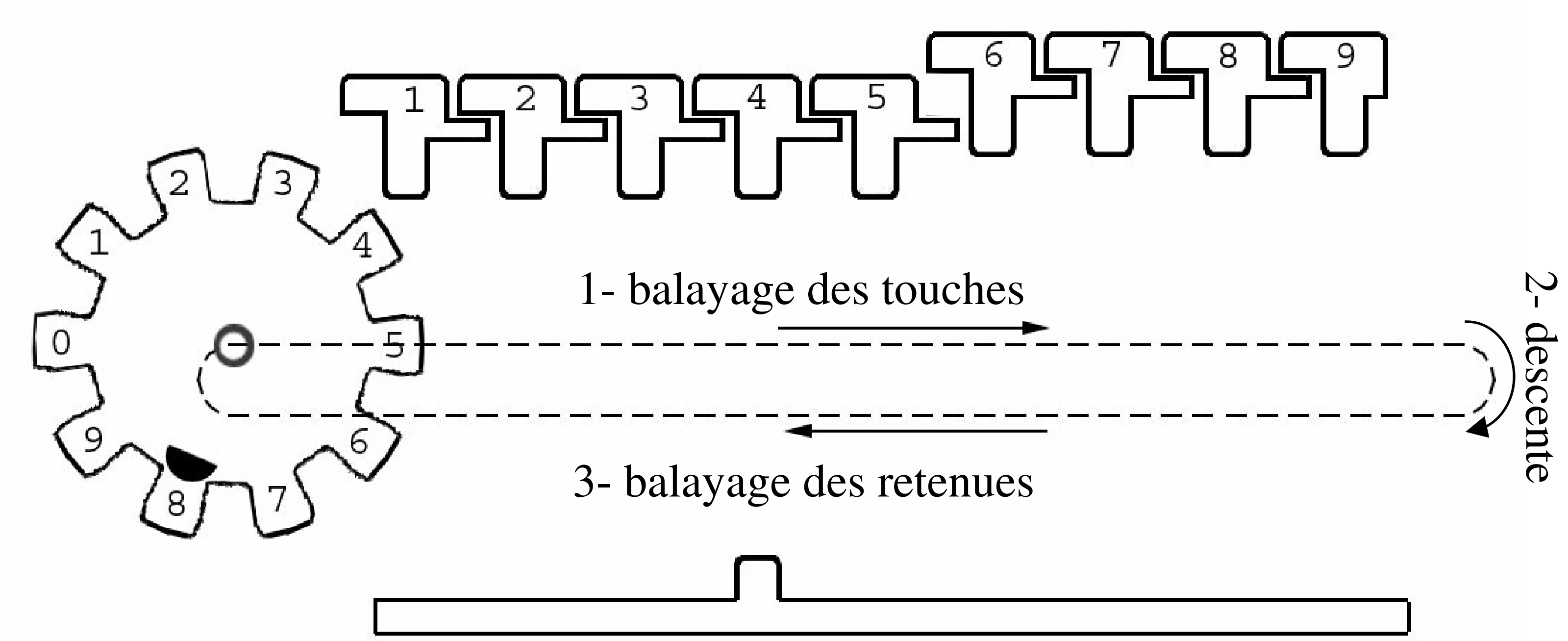
Le totalisateur comprend 9 "chiffres" enfilés sur un axe :

Chaque chiffre comprend
- un espace
- un engrenage mince à 10 dents
- un espace
- un tambour d'affichage
- un engrenage à 10 dents "mutilé"

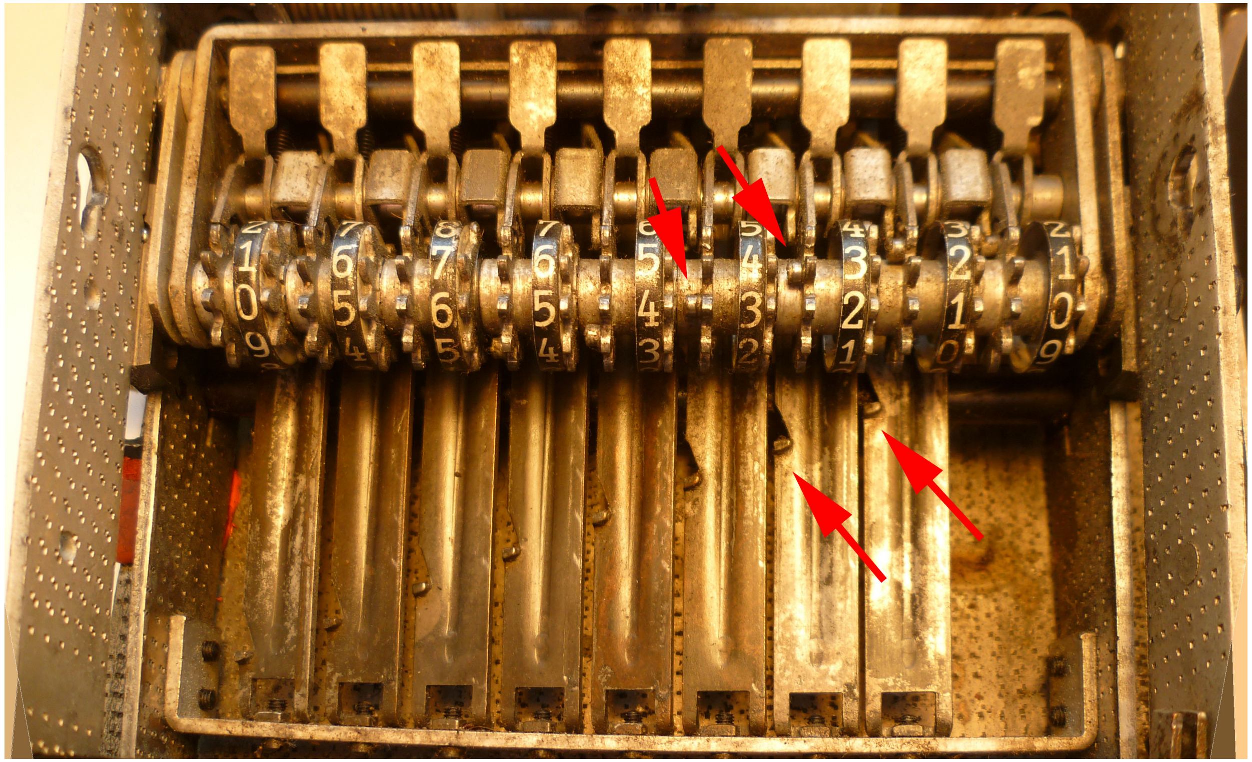
Addition de la Thales KA

Le dessin représente un chiffre parmi les 8.
Lorsque le levier est actionné, il enchaîne la séquence :

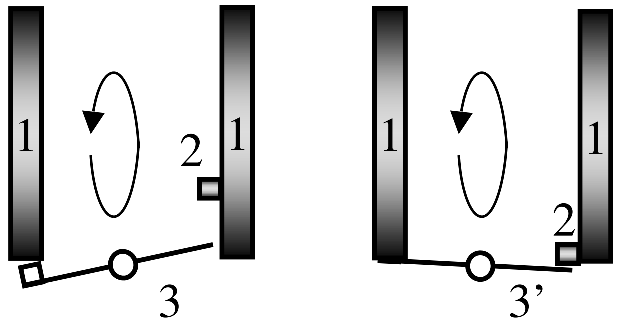
1- l'axe se déplace pour balayer les ergots des touches. L'engrenage tourne d'autant de dixième de tour que de touches enfoncées (5 dans cet exemple).
2- l'axe s'abaisse pour dégager l'engrenage des ergots des touches
3- l'axe revient en position basse pour balayer la retenue
4- l'axe remonte pour retourner à sa position de repos.



Bascules de retenue de la Thales KA

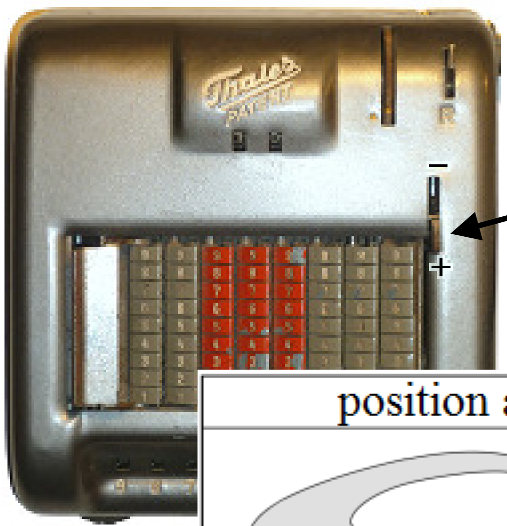


En passant de 9 à 0 l'engrenage enfonce une bascule de retenue

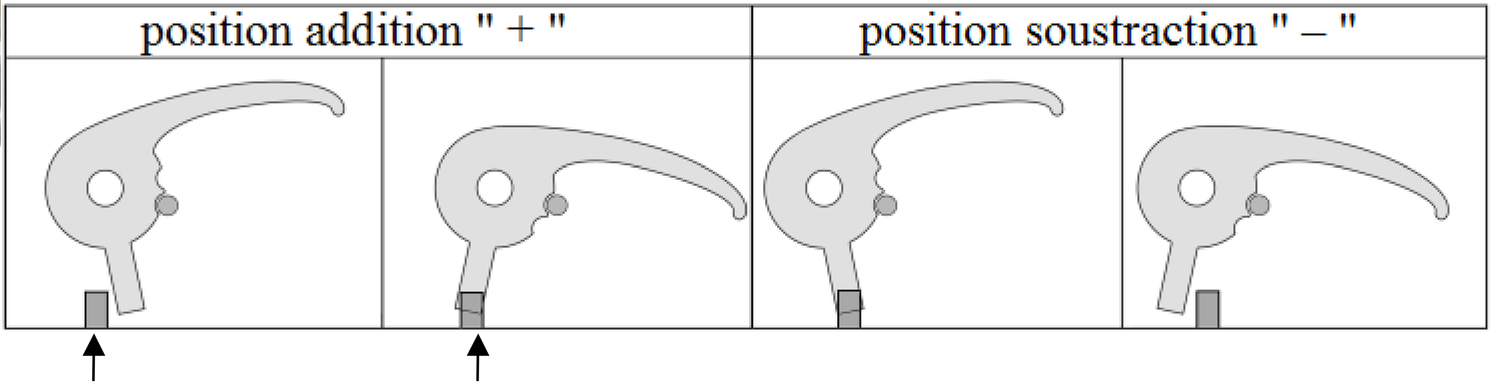


1- engrenage (vu de profil)
2- ergot solitaire de l'engrenage
3- bascule de retenue à 0
3'- bascule de retenue à 1

Soustraction de la Thales KA



Sur la machine un levier à 2 positions
sélectionne addition "+" ou soustraction "–"
Ce levier déplace tout le clavier vers la gauche.

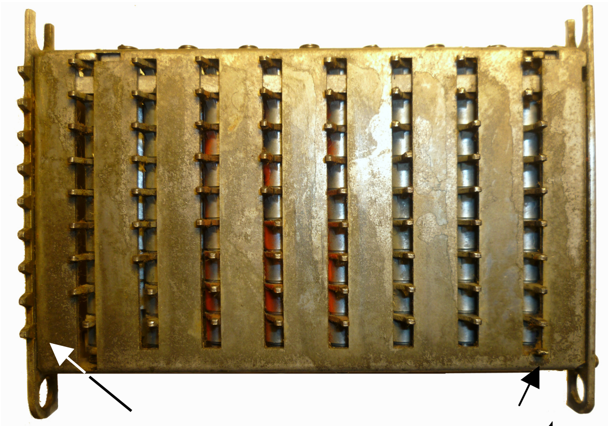


chemin de l’engrenage mince

Position addition: la touche enfoncée est dans le chemin de l’engrenage
Position soustraction: la touche relevée est dans le chemin de l’engrenage

Pour chaque colonne de touches (9 touches) :
Nombre de touches enfoncées + nombre de touches relevées = 9

Extension de signe de la soustraction



Le clavier porte un <u>ergot fixe</u> qui vient dans le chemin de l'engrenage de l'unité quand le clavier est en position "–".

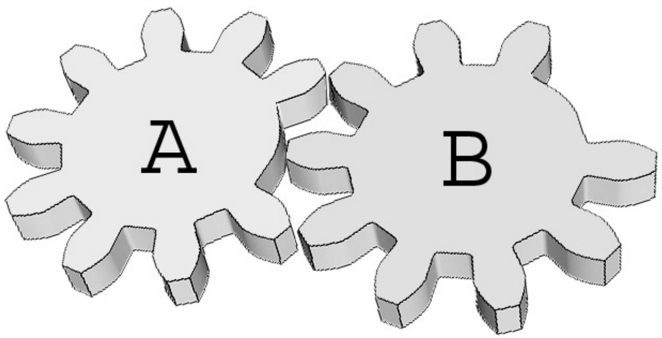
Le clavier fait 8 chiffres et le totalisateur 9. Pour l'addition il faut étendre le clavier par un 0 à gauche, et pour la soustraction par un 9 à gauche. Ce 9 est matérialisé par une crémaillère à 9 ergots fixée au clavier qui vient dans le chemin du 9eme engrenage.
Ci-contre le clavier vu par dessous montre à gauche la crémaillère d'ajout de 9 (extension de signe) et en bas à droite l'ergot fixe d'ajout de 1.

En résumé si le clavier affiche un nombre *N* et qu'on actionne le levier :

- en position addition on ajoute *N* au totalisateur
- en position soustraction on ajoute 999 999 999 – *N* + 1, c'est-à-dire – *N* au totalisateur

999 999 999 + 1 = 000 000 000 car 999 999 999 est la capacité maximale de la machine.

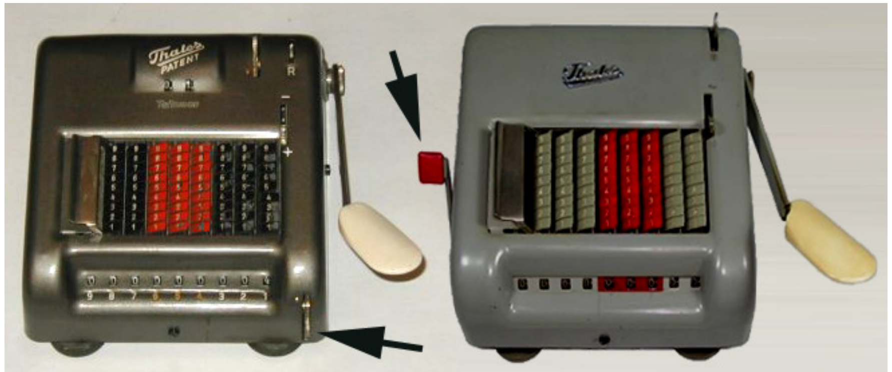
Remise à zéro du totalisateur



Lorsque le totalisateur est en position de repos, il est totalement dégagé des ergots des touches ou des retenues. Par contre il vient engrener le dispositif de « remise à zéro ». La remise à zéro utilise des «engrenages mutilés» à 9 dents.

Prenons un exemple : dans sa position ci-contre l'engrenage **A** n'empêche pas **B** de tourner.

Cependant si **A** fait un tour complet, il va entraîner **B** jusqu'à ce que l'absence de dent de **B** soit en face de **A**. Dans cette position **B** n'est plus engrené. Cette position est le zéro de **B**.



Une molette, qui saillit par une fente du capot, fait tourner un engrenage **A** pour chacun des chiffres du totalisateur, qui portent chacun un engrenage **B**. Chacun des chiffres du totalisateur est entraîné tant qu'il n'est pas à zéro. Cette molette, relativement peu pratique, a été remplacée par un levier dans les modèles postérieurs (flèches).

L’exposé pas à pas

- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
  - Addition de chiffres ou de nombres
  - Représentation des chiffres décimaux
  - Addition des nombres
    - Comptometer
    - Hélice de retenues
  - Soustraction
  - Exemples (addition/soustraction)
    - Thales Klein Addierer
    - Olivetti Summa Quanta
    - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
  - Multiplication semi-automatique
  - Multiplication automatique
  - Multiplication directe
  - Actionneur
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

Additionneurs à retenue anticipée

Cet type d'additionneur fonctionne en 2 temps

1- Addition chiffre à chiffre modulo 10.
Les retenues sont signalées lors du passage de 9 à 0.

2-a Chaque engrenage entre 9 et 0 est solidarisé avec l'engrenage suivant.
Ainsi s'il tourne le suivant tourne également.
2-b Les retenues signalées sont ajoutées toutes ensemble. L'énergie vient d'un moteur.

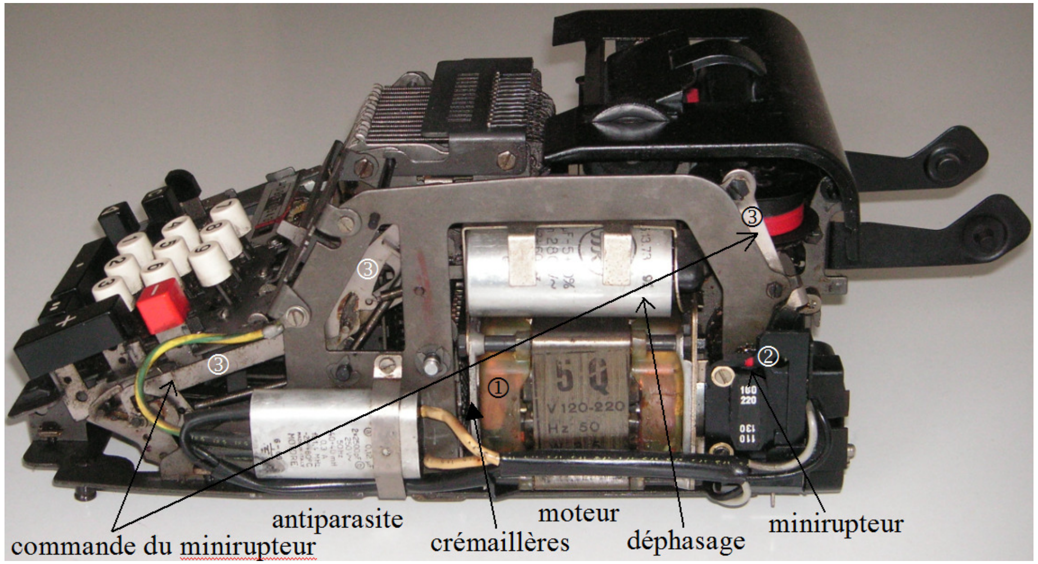
Ainsi le délai de l'addition est indépendant du nombre de chiffres.

Remarque: un chiffre dont la retenue est signalée est < 9. Il n'y a pas de rétropropagation

Le grand Charles Babbage avait proposé un mécanisme équivalent, d'une grande complexité, pour la machine analytique. Il était très fier de ce mécanisme qui fut construit par son fils Henry et qui l'encouragea à tenter en 1834 la construction de la machine analytique.

Olivetti summa quanta

Machine à retenue anticipée

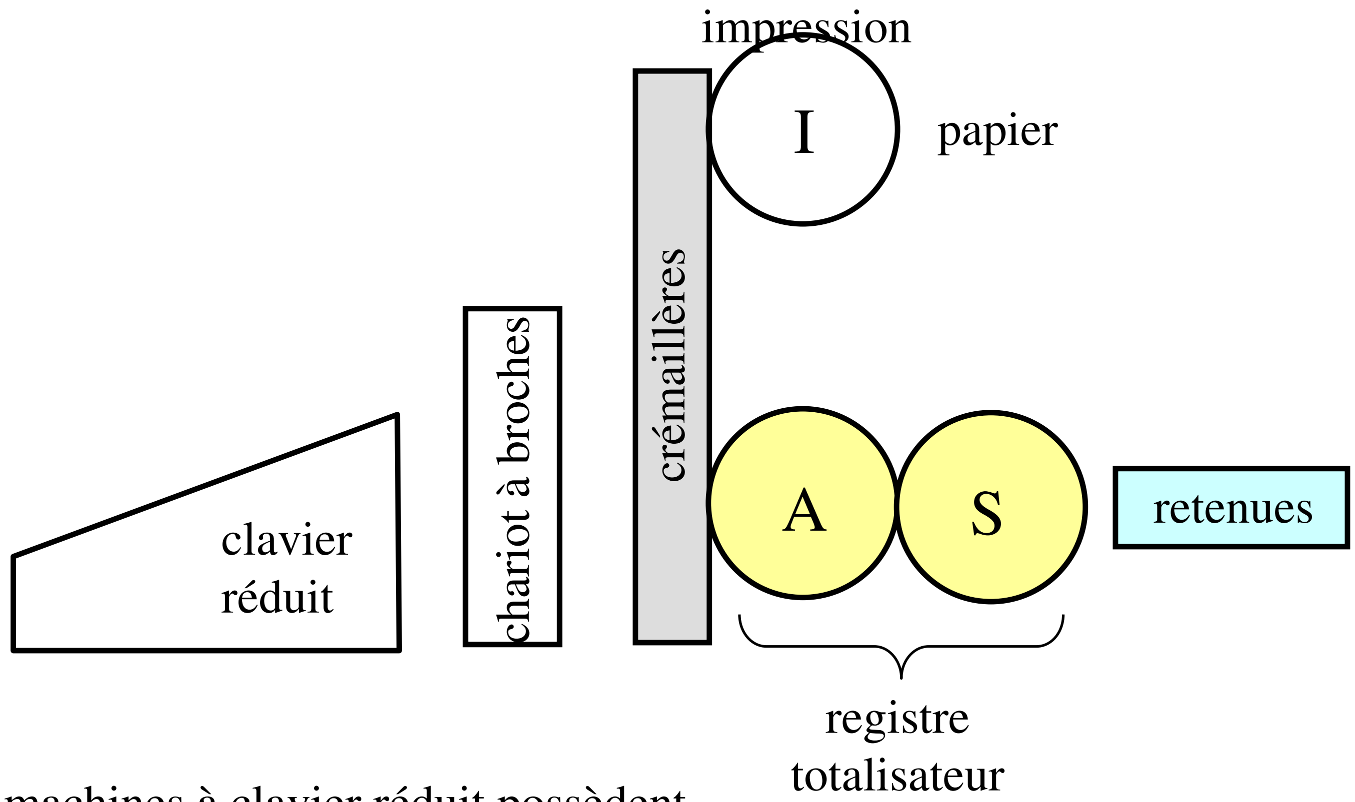


ACONIT -N° inventaire 19747

Première famille de machines à introduire la notation signe/valeur-absolue
(pratiquée par les humains comme vous et moi)
sous le nom « solde négatif » imprimé avec le caractère " – " .[1]

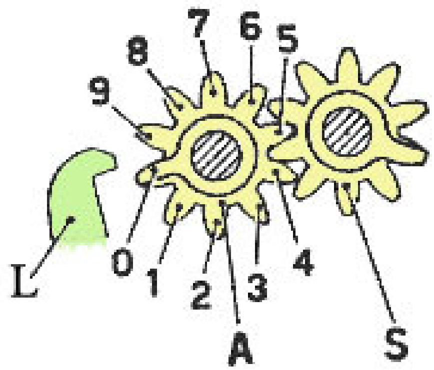
[1] Ce signe est imprimé à droite du nombre et non à gauche comme nous l'écrivons vous et moi.

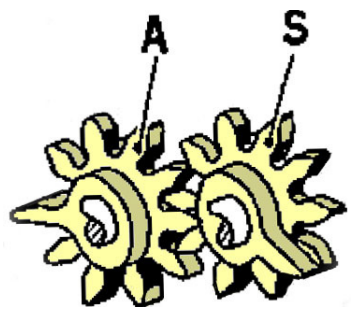
Olivetti principe



Toutes les machines à clavier réduit possèdent
un chariot (traîneau) de pose.
chariot = chariot × 10 + valeur de la touche

Registre totalisateur





Un chiffre du totalisateur est mémorisé par une roue formée d'un engrenage à 10 dents en tôle découpée et d'une dent supplémentaire, soudée à l'engrenage, qui marque le 0.

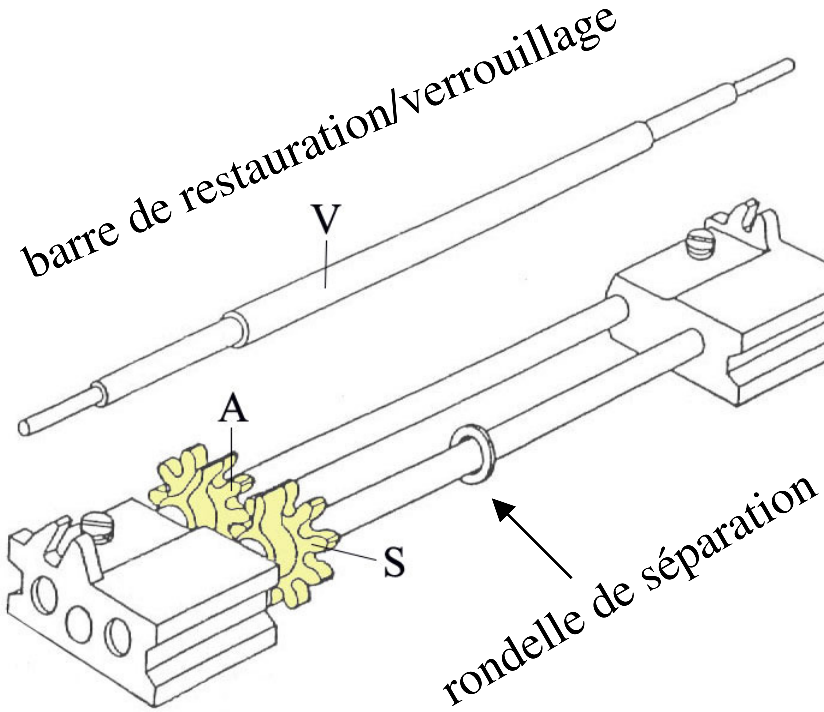
Cette roue **A** est en permanence engrené avec une roue semblable **S**, qui tourne donc en sens inverse.

Ces deux roues sont calées au montage de façon que si l'une indique 0, l'autre indique 9 (complément à 9)

Une butée **L** détecte le passage de **A** de 9 à 0.

On verra plus tard qu'une autre butée **h** jour un rôle symétrique pour **S**

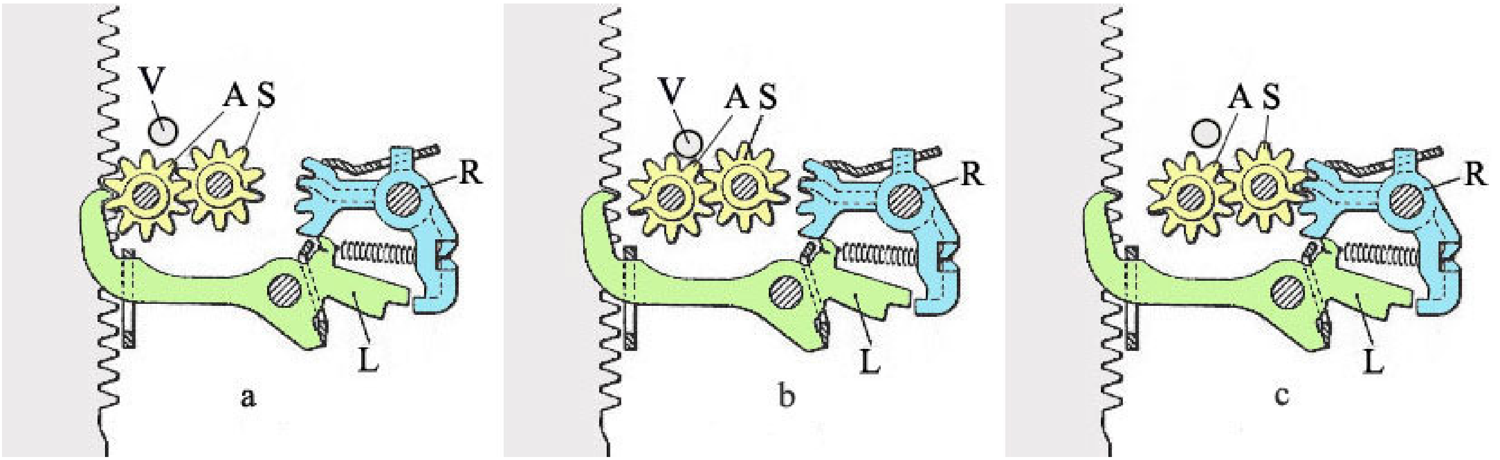
Assemblage du registre



Un registre est formé de l'empilement de roues **A** et **S** au pas de 3,5 mm sur deux axes parallèles solidement assemblés

Une barre de restauration **V** s'insère entre les dents des engrenages et assure qu'ils occupent des position discrètes.

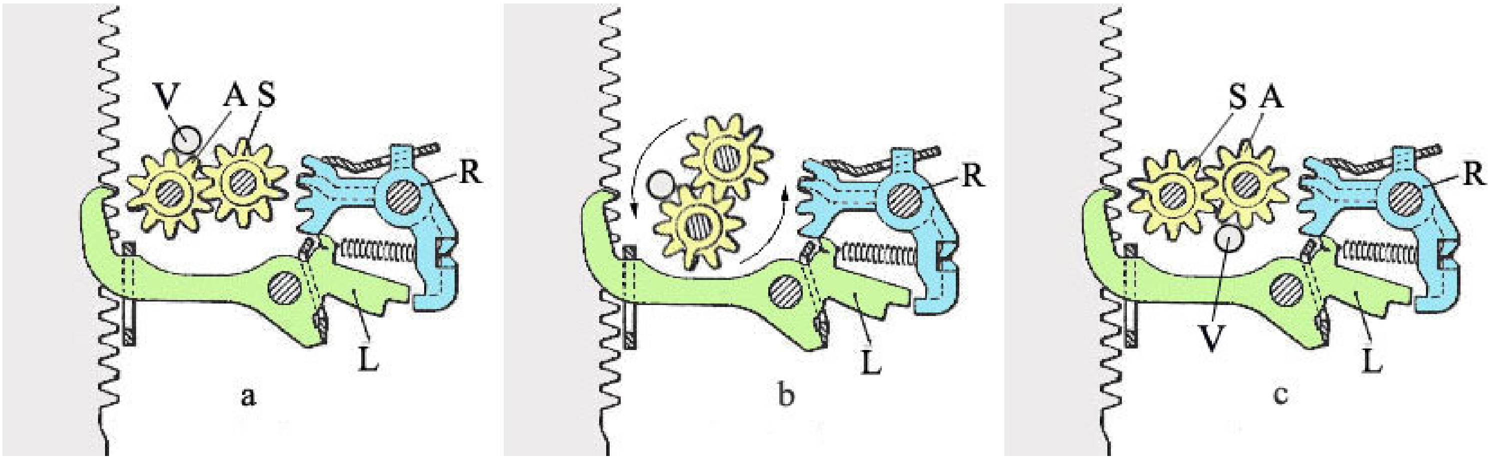
Déplacement du registre



Le registre peut être déplacé.
(a) Vers la gauche, l'engrenage à dix dents **A** engrène une crémaillère (actionneur). Le passage de 0 à 9 pousse la butée **L** vers le haut, le passage de 9 à 0 la pousse vers le bas.
(b) Au centre les engrenages sont immobilisés par la tige de verrouillage **V**. Les crémaillères sont désengrenées.
(c) Vers la droite, l'engrenage à dix dents **S** engrène un segment d'engrenage à quatre dents **R**, le passage de 9 à 0 de **S** entraîne par une dent unique (pointillé) ce segment **R** vers le bas.

Rotation du registre

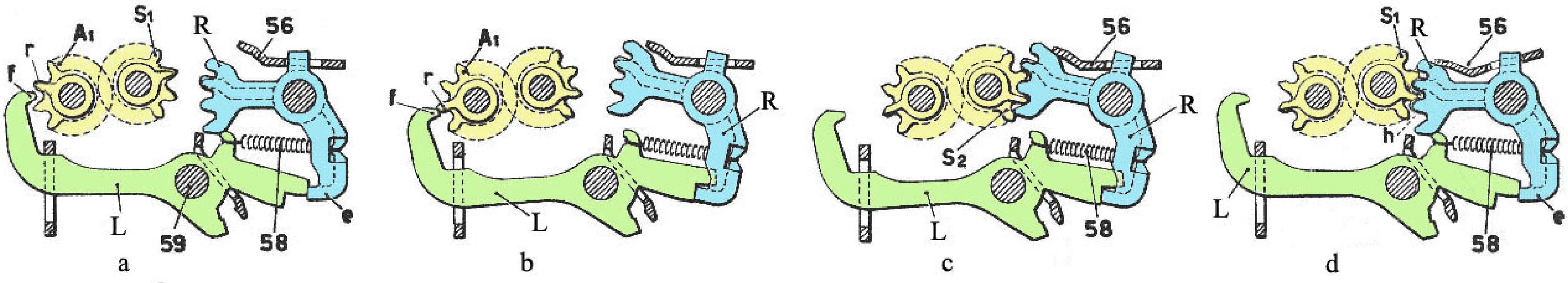
complémentation à 9 du registre



Lorsqu'il est en position centrale, le registre peut pivoter pour échanger **A** et **S**, ce qui revient à complémenter la valeur du registre. La tige de verrouillage **V** ne libère le registre que lorsqu'il s'engrène soit avec les crémaillères soit avec les segments **R**.

Retenues primaires

le passage de 9 à 0 est détecté, signalée puis propagé



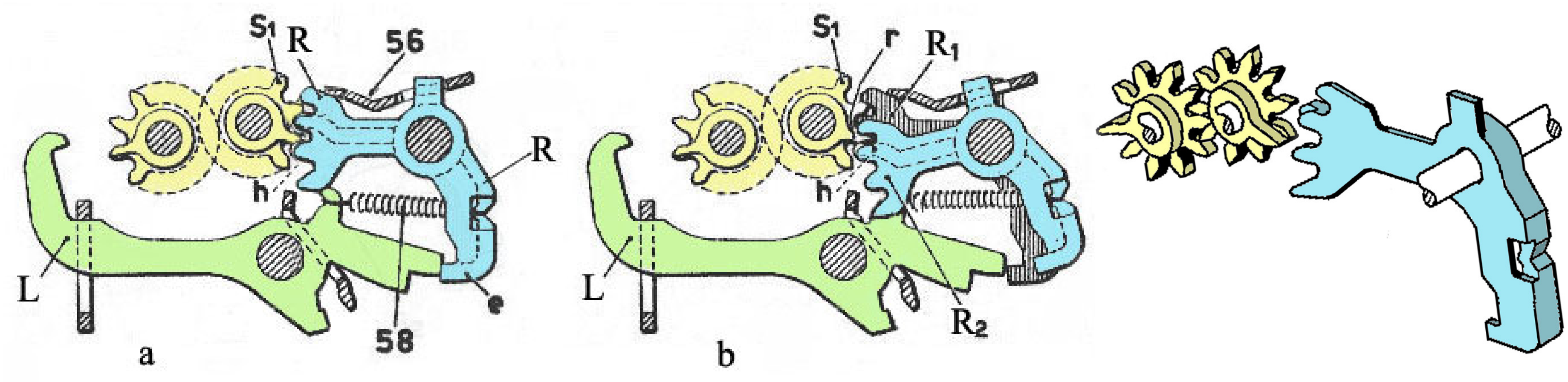
Lorsque la roue **A** est entraînée par la crémaillère, la dent **r** peut pousser la butée **f** du levier **L** vers le bas. Le basculement du levier **L** libère la butée **e** de la pièce R qui bascule à son tour. Cette position est stable (b). La retenue est signalée (mémorisée).

Ensuite le registre se déplace vers la droite (c), la roue **S** engrène le segment **R**. Enfin ce segment **R** est ramené par le peigne **56**, ce qui incrémente **A** de 1 (d). La retenue est propagée.

Ce fonctionnement s'applique évidemment simultanément à tous les chiffres.

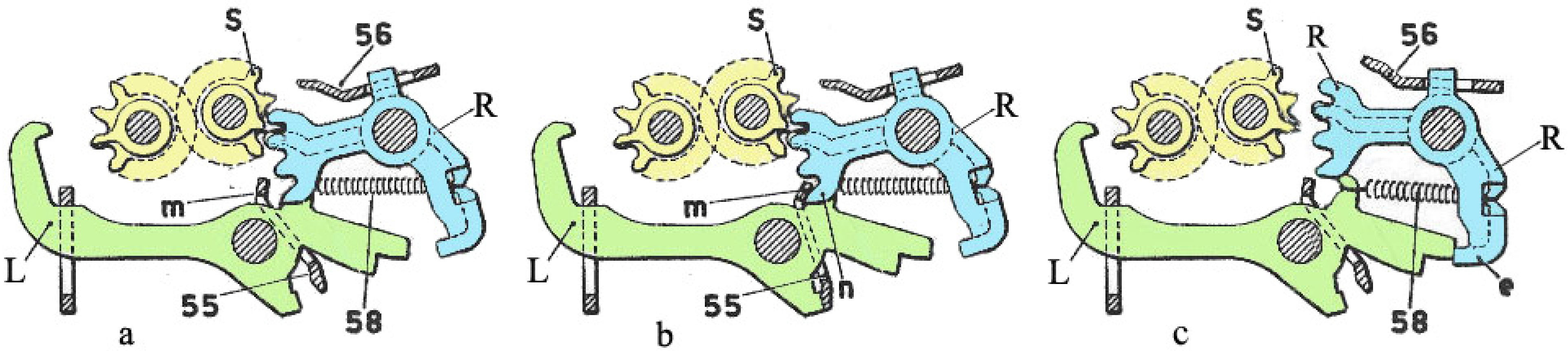
Retenues secondaires

une roue entre 9 et 0 est engrenée avec la roue suivante



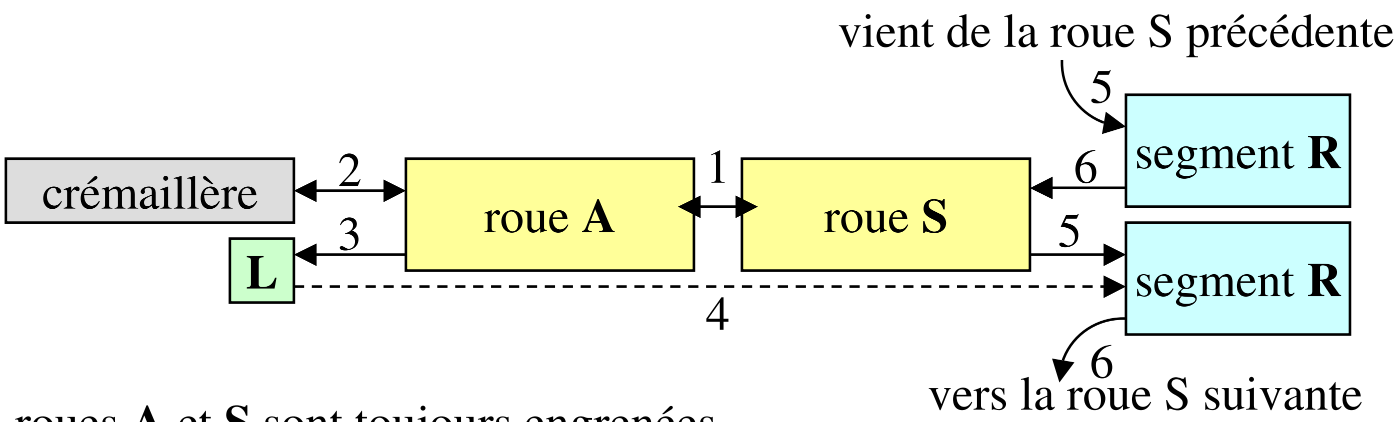
Tant que les roues **S** sont engrenées avec les segments **R**, le passage d'une roue **S** de 9 à 0 abaisse un segment **R** qui entraîne la roue suivante. En effet, le segment **R**, outre ses 4 dents qui engrènent l'engrenage **S**, possède une dent unique **h**, dessinée en pointillé car cachée, qui se trouve dans le plan de la dent **r** de la roue **S** précédente. Lors du passage de 9 à 0, la dent **r** pousse par sa dent **h** le segment **R** vers le bas ($\mathbf{R_1}$ donne $\mathbf{R_2}$).
Ainsi, une retenue sur une roue dont la valeur est 9 entraîne l'incrémentation de cette roue <u>et</u> de la roue suivante.

Remise à zéro de la bascule de retenue



Après que le peigne **56** ait ramené le segment **R** vers le bas (a), le peigne **55** ramène le levier **L** dans sa position de repos (b).
Pour éviter que, au cours du dégagement du registre totalisateur **S** , certains segments **R**, libérés du registre **S**, ne remontent dans le désordre, les segments **R** sont maintenus en bas par une languette **m** du peigne **55** , qui retient **R** par sa dent **n** (b).
Les segment **R** sont libérés quand le totalisateur **S** est totalement désengrené (c) , et ils retournent dans leur position de repos par le ressort **58**.

Résumé des connexions



1- Les roues **A** et **S** sont toujours engrenées

2- La crémaillère peut lire le registre **A** (destructive) ou ajouter au registre **A**

3- le passage de 9 à 0 du registre **A** est mémorisé par le levier **L** (retenue primaire)

4- le levier **L** positionne le segment **R** (retenue primaire)

5- le passage de 0 à 9 de **S** positionne le segment **R** (retenue secondaire)

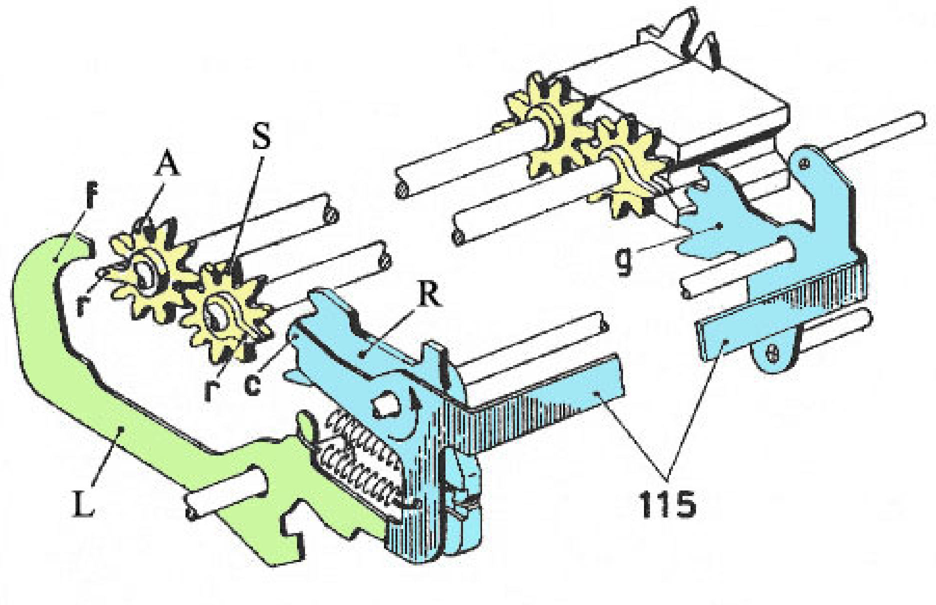
6- le segment **R** incrémente **A** par l'intermédiaire de **S** (retenue)

Mouvements du segment **R**

Mouvement de **R**		Actionneur du mouvement
$0 \rightarrow \uparrow$	retenue détectée, mémorisée	crémaillère, dent r, pièce L, ressort 58
$\uparrow \rightarrow 0$	retenue primaire propagée	moteur, came, axe 54, peigne 56
$0 \rightarrow \downarrow$	retenue secondaire propagée	dent r, dent h
$\downarrow \rightarrow 0$		désengrènement, ressort 58

$\uparrow$ indique position haute
0 indique position centrale
$\downarrow$ indique position basse

End-around-carry (EAC) adder



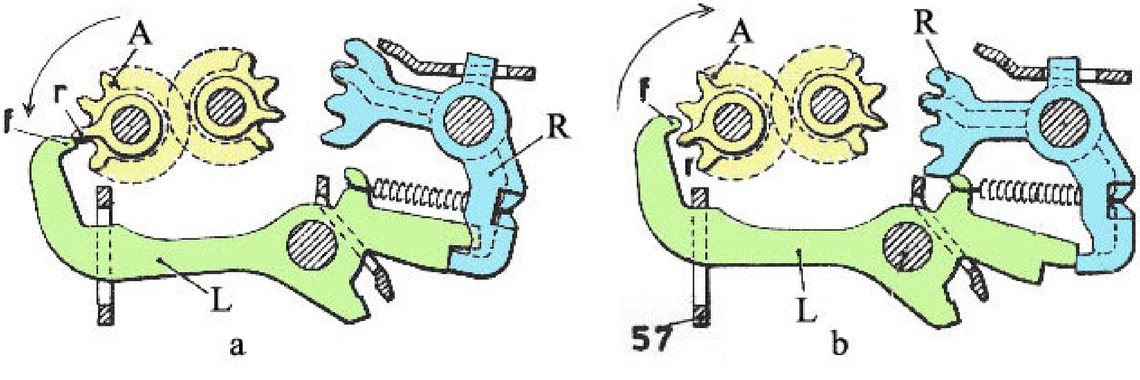
La retenue sortant du chiffre poids fort est recueillie par la dent **c** d'une barre **115**, qui fait toute la longueur du registre, puis est réinjectée comme retenue entrante en poids faible par le segment **g**.
Une retenue rebouclée indique un changement de signe du registre. Le signe du registre est mémorisé à ce moment.

Exemples de soustraction

Exemple 1 : 17 – 8	A	S	Retenues R
Valeurs initiales	0000000017	9999999982	0000000000
Échange de A et S	9999999982	0000000017	0000000000
Plus 8 sans retenue	9999999980	0000000019	00000000↑0
Addition de retenues	9999999990	0000000009	0000000000
Échange de A et S	0000000009	9999999990	0000000000

Exemple 2 : 17 – 20	A	S	Retenues R
Valeurs initiales	0000000017	9999999982	0000000000
Échange de A et S	9999999982	0000000017	0000000000
Plus 20 sans retenue	9999999902	0000000097	0000000↑00
Addition de retenues	0000000003	9999999996	↓↓↓↓↓↓↓00↓
Échange de A et S	9999999996	0000000003	0000000000

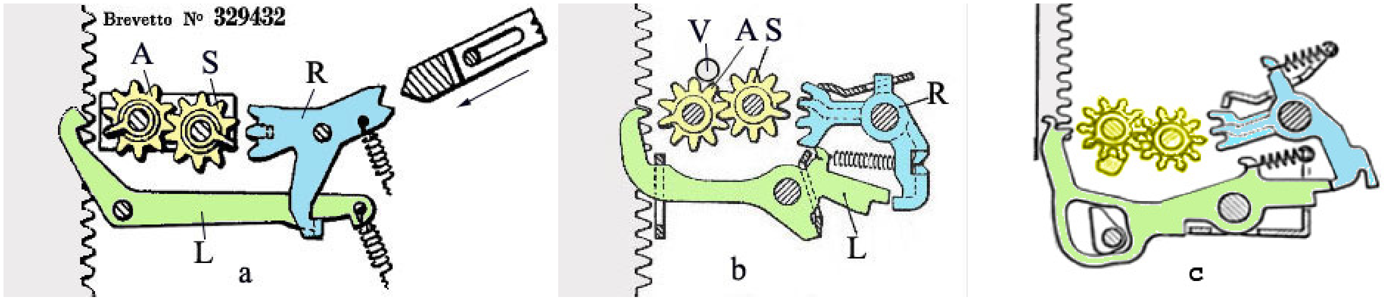
Remise à zéro du totalisateur



Le même levier **L** qui sert à détecter le passage de la roue de 9 à 0 sert dans l'autre sens à bloquer la roue à zéro. [1]

[1] La remise à zéro sert aussi à lire la valeur du registre. Cette lecture est destructrice et est suivie éventuellement d'une restauration

Principe pérenne



Le système d’addition/soustraction s’est retrouvé dans <u>tous les modèles</u> d’Olivetti et son principe n’a guère varié de 1941 (a) à 1967 (c).

L’exposé pas à pas

Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
Ont-ils tout inventé ?
Addition mécanique
- Addition de chiffres ou de nombres
- Représentation des chiffres décimaux
- Addition des nombres
  - Comptometer
  - Hélice de retenues
- Soustraction
- Exemples (addition/soustraction)
  - Thales Klein Addier
  - Olivetti Summa Quanta
  - Tchebychev et Marchant

Multiplication mécanique
- Multiplication semi-automatique
- Multiplication automatique
- Multiplication directe
- Actionneur

Division mécanique
Racine carrée mécanique

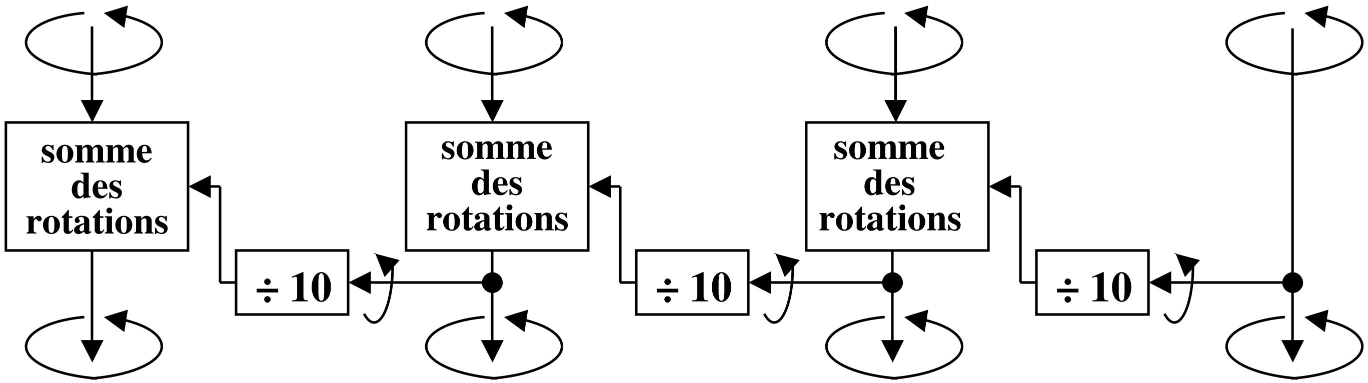
Additionneurs à mouvement continu

Ce type d'additionneur propage la retenue sans à-coups.

Le mouvement de chaque afficheur est divisé par 10 (par un réducteur) et ajouté en continu à l'afficheur suivant.

Ce mécanisme se prête bien à la soustraction par inversion du sens de rotation

A la fin, un mécanisme de discrétisation/restauration peut être appliqué.
Ce dernier mécanisme introduit une propagation.

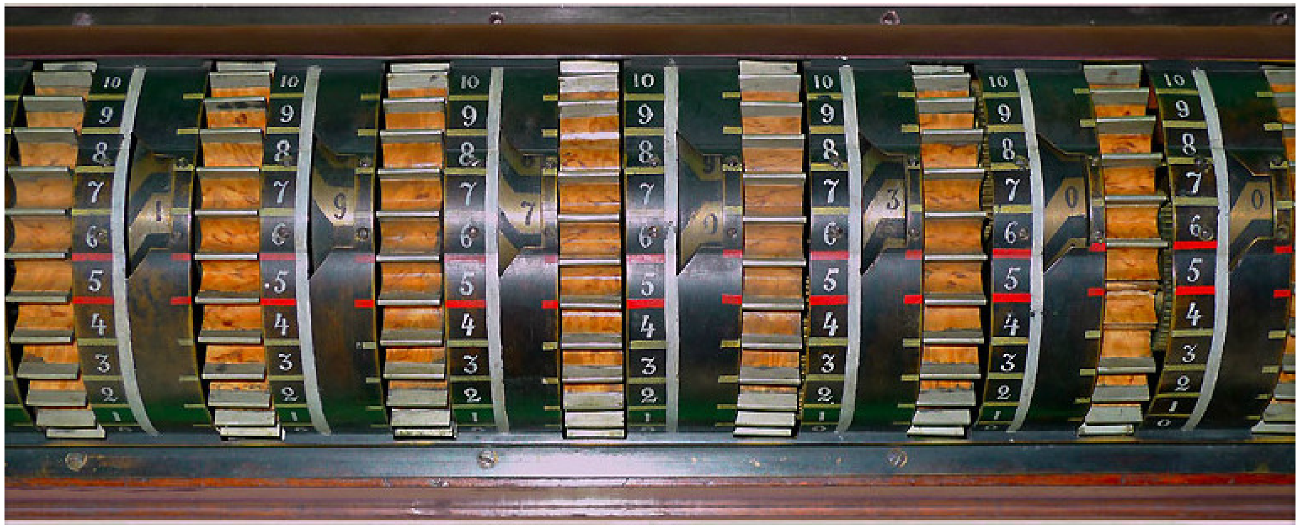


Additionneur de Tchebychev (1876)

Le célèbre mathématicien russe Pafnouti Lvovitch Tchebychev (1821–1894) est aussi l’inventeur de plusieurs machines à calculer. Celle ci, fabriquée vers 1876, peut faire des additions et des soustractions de nombres ayant jusqu’à 10 chiffres.
Pour le transport, un couvercle en bois protégeait la partie supérieure.

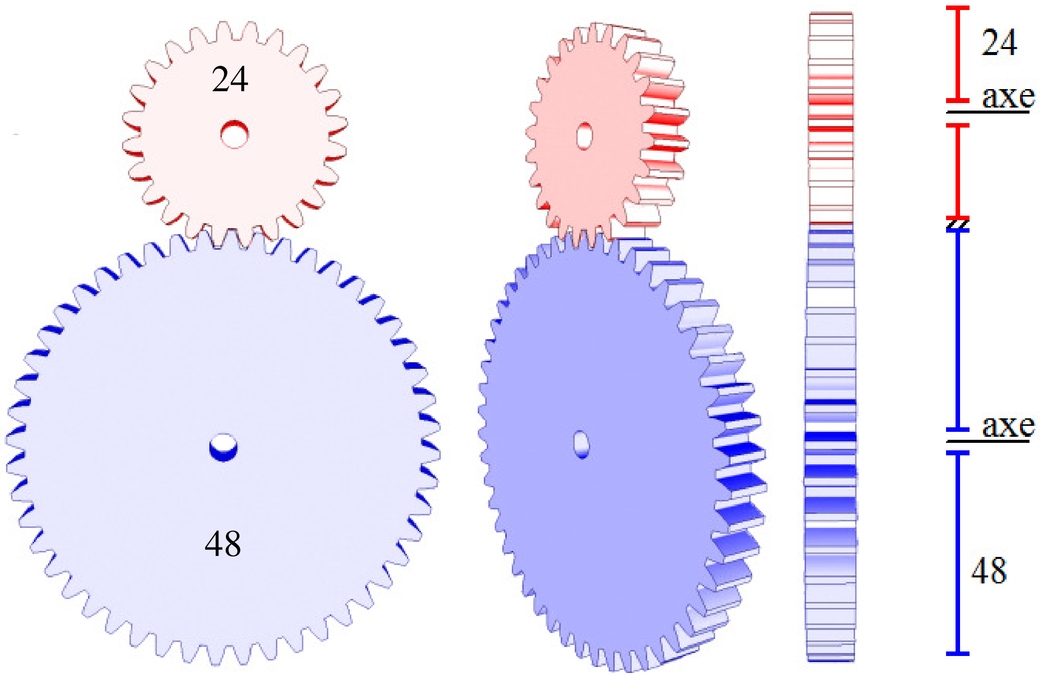
© Государственный музей истории Санкт-Петербурга
(Musée national d'histoire de Saint-Pétersbourg)
un exemplaire fut donné au CNAM en 1893

Mode d'emploi de la machine



Pour ajouter un chiffre, on introduit un stylet dans un cran d'une roue réceptrice crantée, à coté de la valeur de ce chiffre peinte en blanc sur le capot, puis on amène ce stylet en butée vers 0, faisant ainsi tourner la roue réceptrice d'un angle proportionnel à la valeur du chiffre. Pour ajouter un nombre, on ajoute tous ses chiffres par les roues réceptrices correspondant à leur rang, l'ordre de pose des chiffres est indifférent.
Pour soustraire, on fait tourner les roues réceptrices dans le sens opposé, c'est-à-dire qu'on introduit le stylet dans le cran à coté du 0 puis on le ramène en face du chiffre inscrit en blanc.
Pour remettre à zéro, il suffit de soustraire la somme apparaissant dans les lucarnes.

Convention de dessin d'engrenages

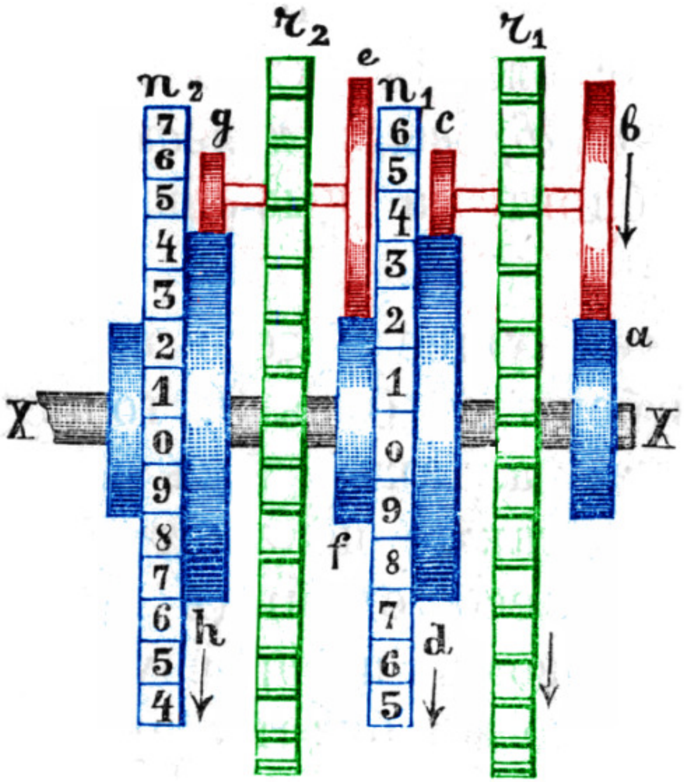


Les engrenages de profil ne sont pas lisibles

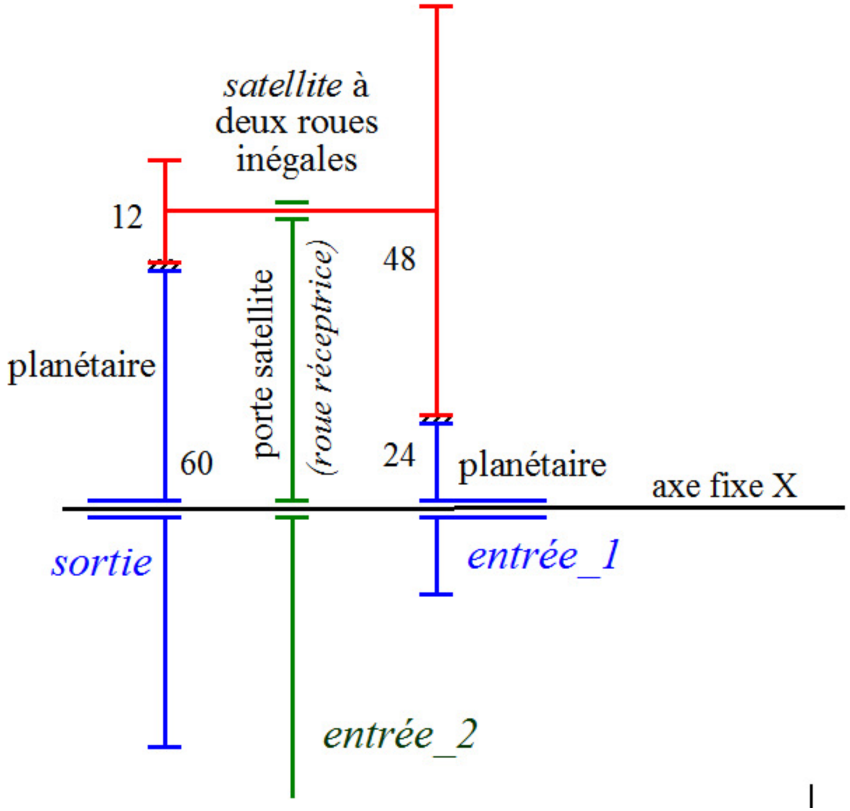
On les représente par des bâtons colorés.
Le point de contact (roulement sans glissement) est indiqué par des hachures

Le nombre de dents de l'engrenage est indiqué près du bâton.

Totalisateur de Tchebychev

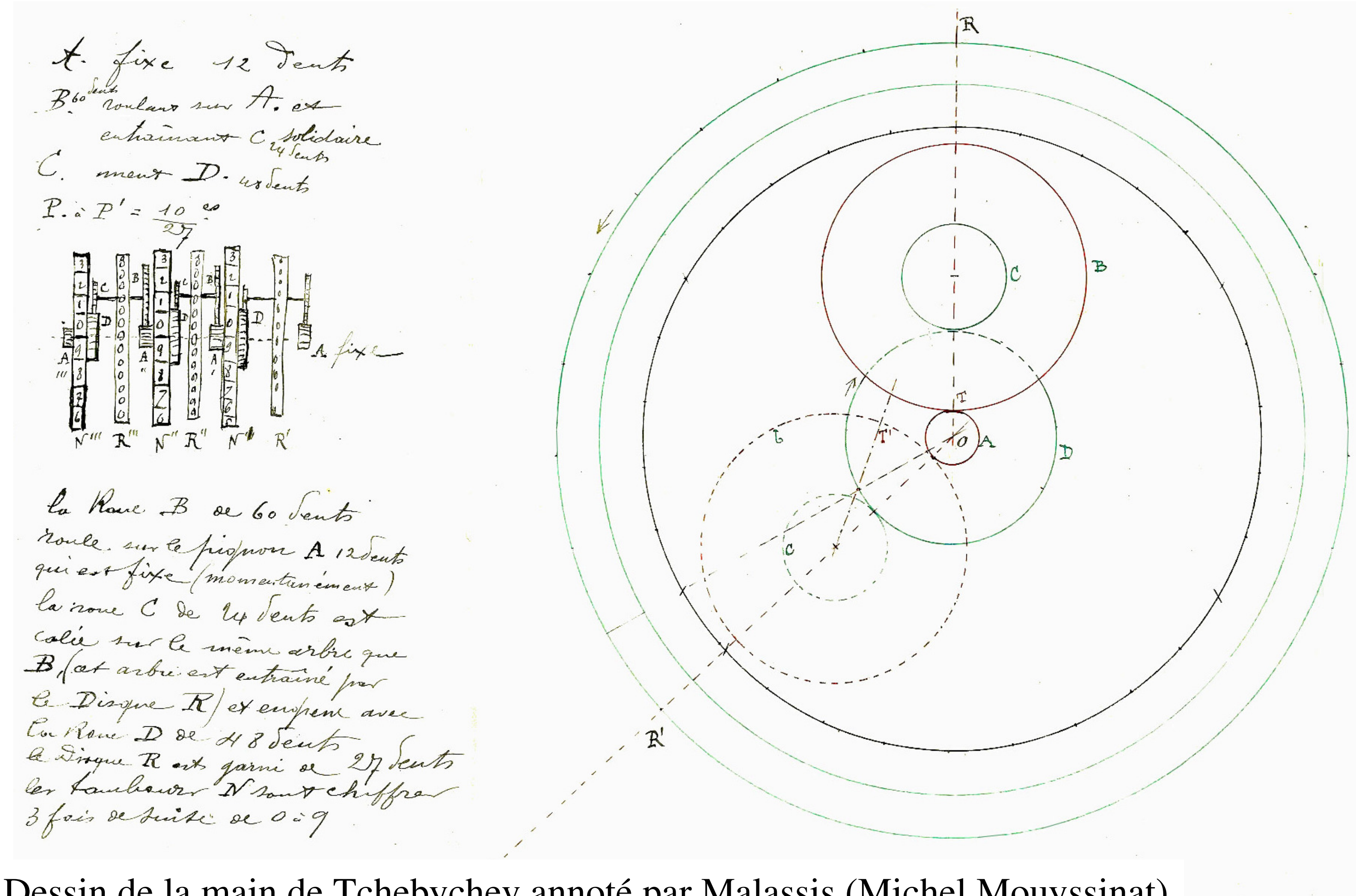


Вѣстникъ Опытной Физики 1895
bulletin de physique expérimentale



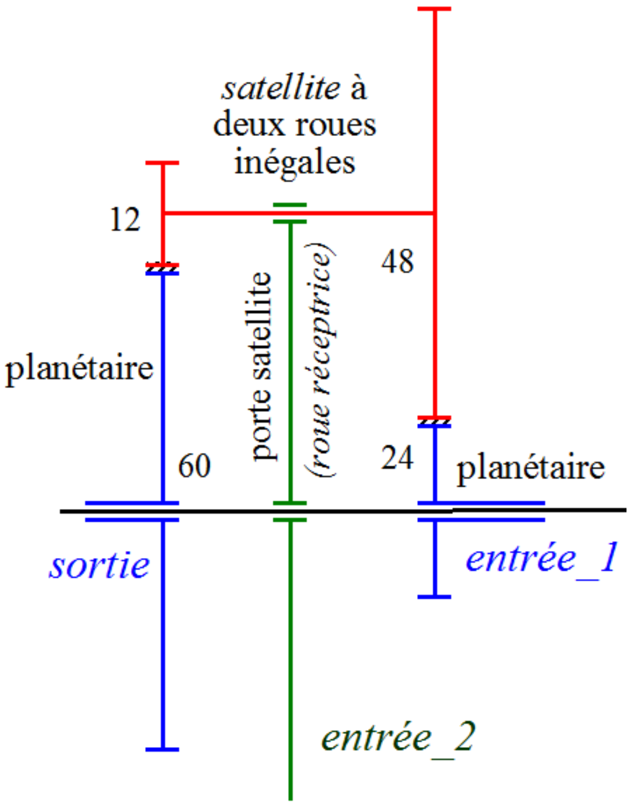
$$\frac{sortie}{entrée\_1} = \frac{24}{48} \times \frac{12}{60} = \frac{1}{10}$$

Dessin de Tchebychev



Dessin de la main de Tchebychev annoté par Malassis (Michel Mouyssinat)

Dimensionnement du totalisateur



Les tambours d'affichage sont reliés entre eux par un *train épicycloïdal avec satellite à deux roues*. La rotation de la *sortie*, qui porte le tambour d'affichage est la somme pondérée des rotations des *entrée_1* et *entrée_2*. L'*entrée_1* est la *sortie* du rang immédiatement à droite et l'*entrée_2* est la *roue réceptrice* crantée.

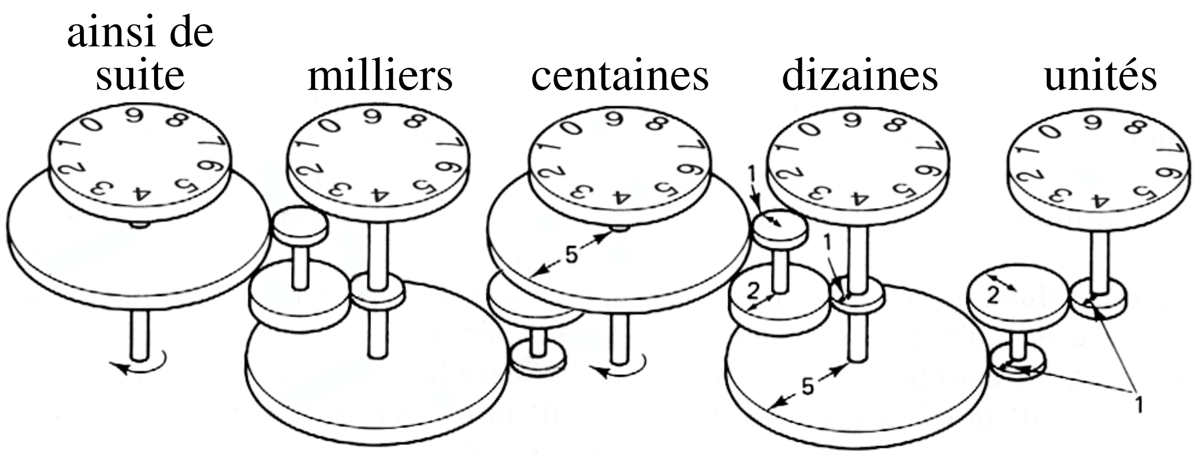
$$sortie = \frac{1}{10}\, entrée\_1 + \frac{9}{10}\, entrée\_2$$ (formule de Willis [1])

Le tambour d'affichage a 30 chiffres et la *roue réceptrice* a 27 crans

Remarque: la *roue réceptrice* et le tambour d'affichage tournent en sens inverse

[1] Robert Willis "Principles of mechanism" Longmans, Green & Co., London, 1st edition 1841

Exemple d'addition (99999 + 1)



Supposons que le totalisateur affiche 99999. On ajoute 1.

- La roue des unités va tourner de un dixième de tour et afficher 0
- La roue des dizaines va tourner de un centième de tour (affiche 9,1)
- La roue des centaines va tourner de un millième de tour (affiche 9,01)
- La roue des milliers va tourner de un dix-millième de tour (affiche 9,001)
- et ainsi de suite

La résultat est correct mais <u>illisible</u>.

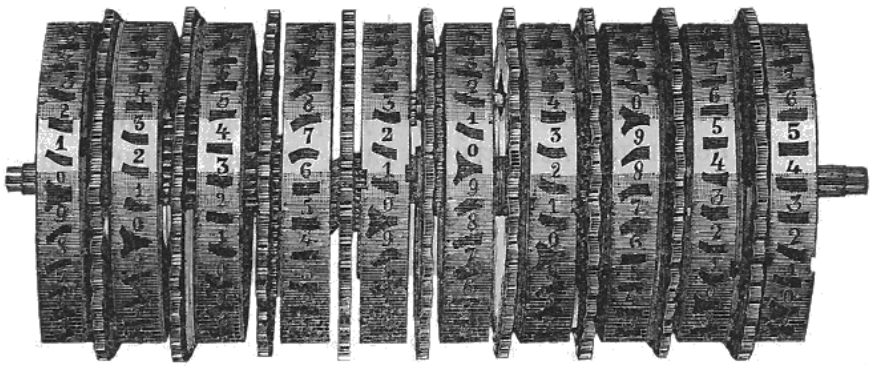
dans cet exemple on a pris 10 chiffres par tour
la machine de Tchebychev a 30 chiffres par tour.

Indicateurs de Tchebychev

En fait la machine ne peut pas afficher 999999 (000000 non plus d'ailleurs)

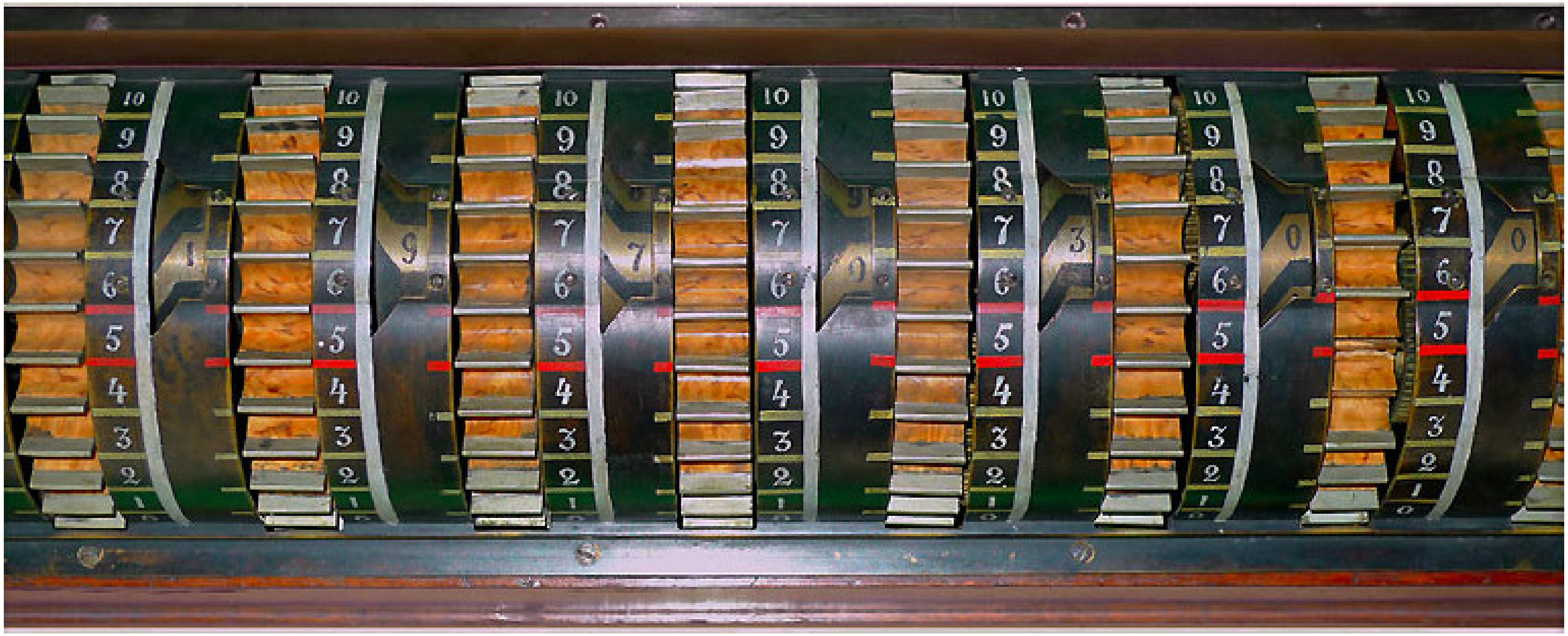
Tchebychev a très clairement (brillamment même) expliqué comment contourner ce problème (communication à l'Association française pour l'avancement des sciences du 26 août 1882)

Si deux chiffres apparaissent dans la fenêtre, il y a ambiguïté.
Pour choisir il faut examiner le chiffre précédent (poids moindre).
Si le chiffre précédent est grand, il faut choisir le chiffre du bas, s'il est petit il faut choisir le chiffre du haut.
S'il est lui-même ambigu il faut lever l'ambiguïté. Le chiffre des unités n'est jamais ambigu.
Ainsi $0\ \substack{1\\0}\ \substack{0\\9}\ \substack{0\\9}\ \substack{0\\9}\ \substack{0\\9}\ \substack{0\\9}\ 9$ doit se lire 0 0 9 9 9 9 9 9 et $0\ \substack{1\\0}\ \substack{0\\9}\ \substack{0\\9}\ \substack{0\\9}\ \substack{0\\9}\ \substack{0\\9}\ 0$ se lire 0 1 0 0 0 0 0 0 .



Tchebychev a indiqué sur son afficheur quel chemin choisir pour lire un nombre, de droite à gauche.

Exemple de lecture du totalisateur



Le totalisateur affiche 0970300

L'additionneur Burroughs de 1910

Utilise des trains épicycloïdaux

L'additionneur de Burroughs est un concurrent du Comptometer de Felt & Tarrant auquel il ressemble extérieurement [1].

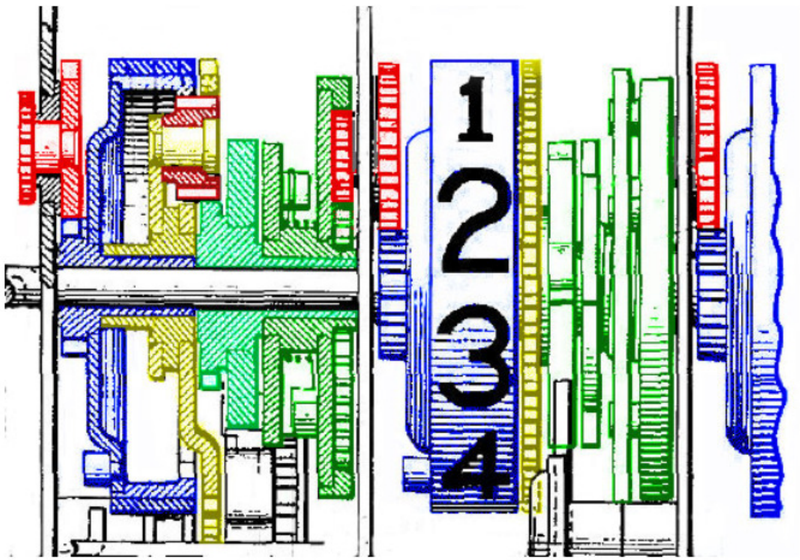
Dans ces deux machine on peut poser plusieurs chiffres simultanément (additionneur de nombres)

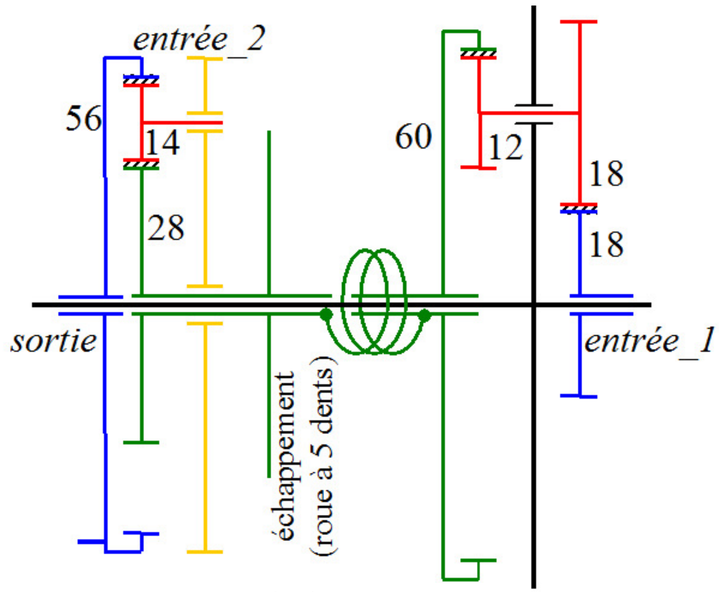
La solution pour gérer le conflit entre pose et retenue est très différente dans les deux machine [1].

(Nous avons vu le comptometer, on peut y retourner si vous le souhaitez)

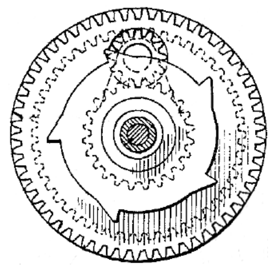
[1] Les deux constructeurs se sont déchirés en procès en 1912. Burroughs a modifié sa machine.

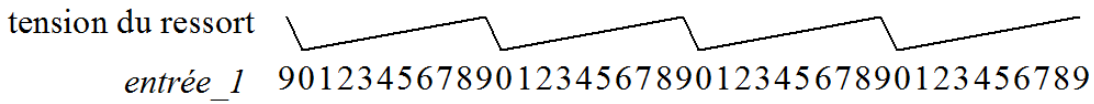
Totalisateur de la Burroughs de 1910



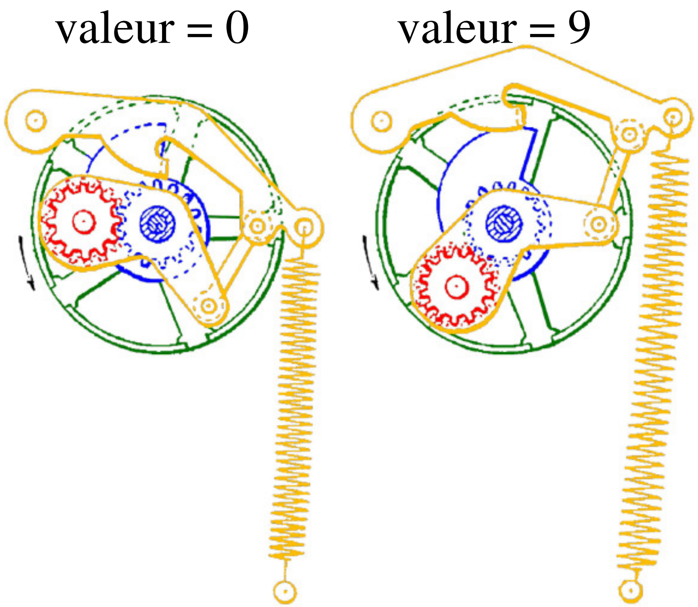


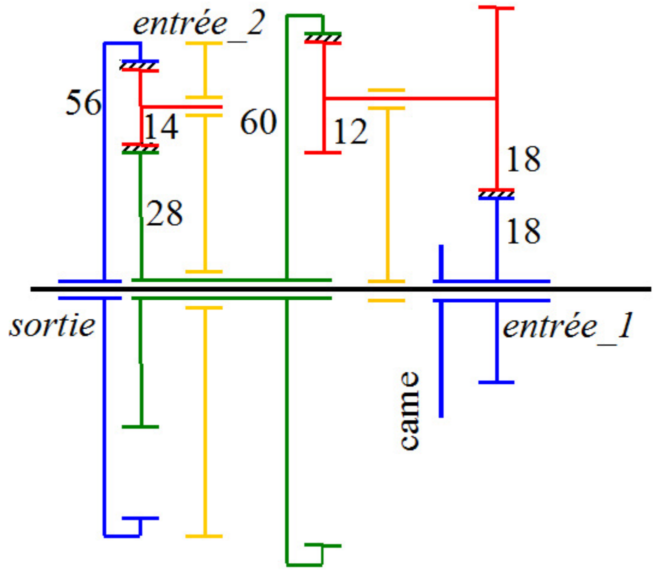
- *entrée_1* est divisé par 5
- l'énergie est stockée dans un ressort, libérée quand
  entrée_1 passe de 9 à 0 et avance de 1/5 tour
- la somme est divisée par 2 et donne *sortie*
- cette *sortie* est *entrée_1* du chiffre suivant
- la *sortie* porte le tambour d'affichage





Totalisateur de la Burroughs de 1915





l' *entrée_1* (en bleu) est passée de 0 à 9
l'engrenage à 60 dents (en vert) n'a pas bougé.
il va progresser brusquement de 1/5 de tour
quand *entrée_1* passera de 9 à 0.

$$\frac{sortie}{entrée\_1} = \frac{18}{18} \times \frac{12}{60} \times \frac{28}{14} \times \frac{14}{56} = \frac{1}{10}$$

Marchant Figurematic de 1950

Utilise des *trains épicycloïdaux (2 par chiffre)*

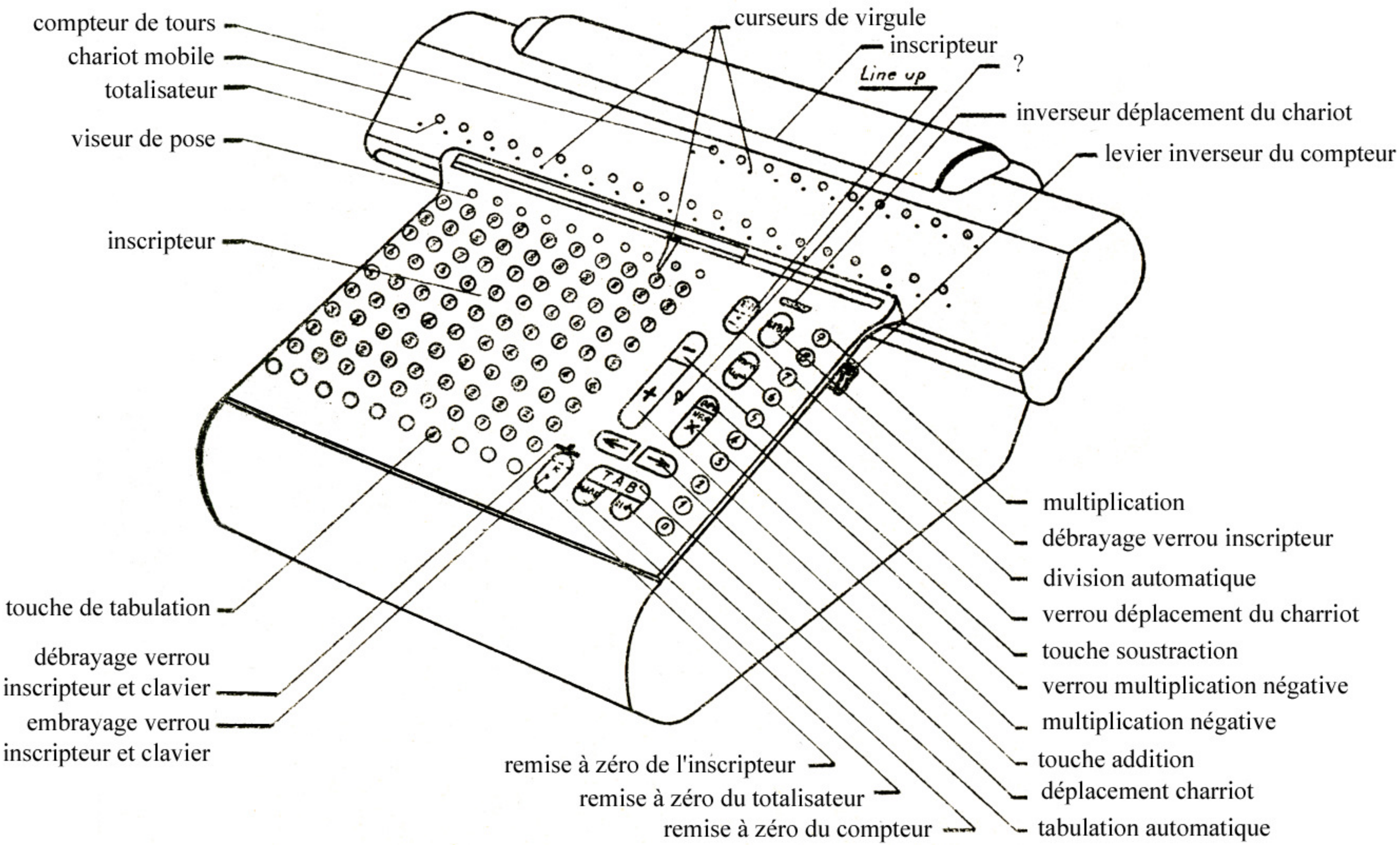
chiffre courant

multiplieur
quotient
nombre d'items

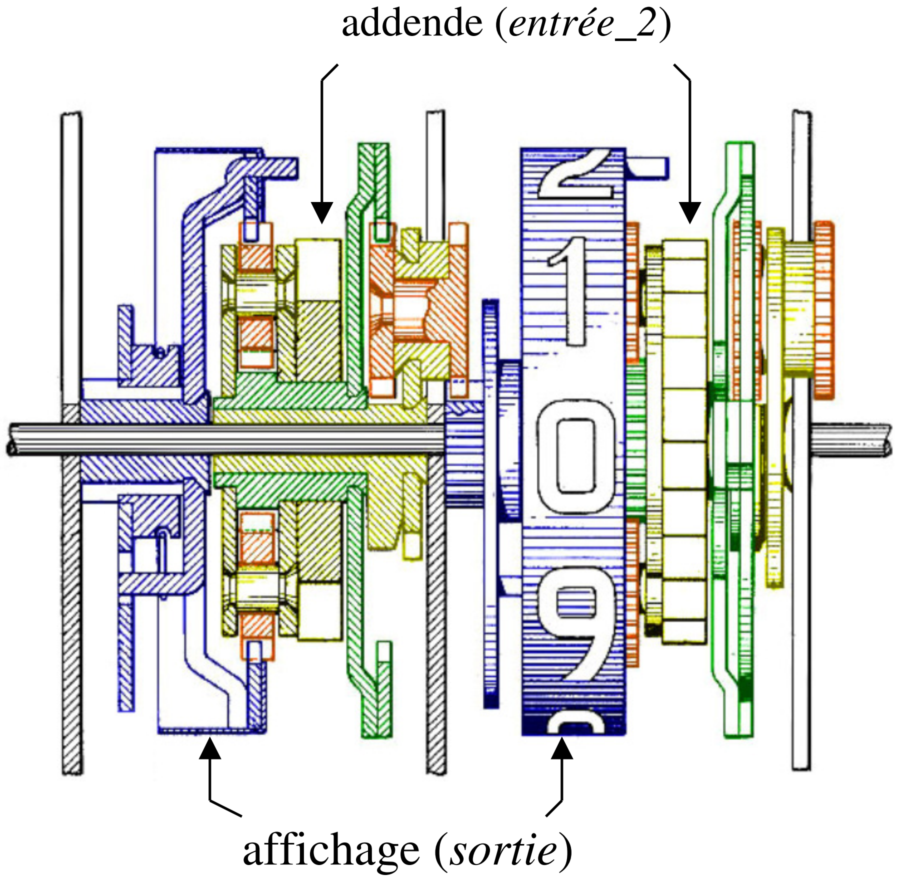
produit
dividende/reste
total

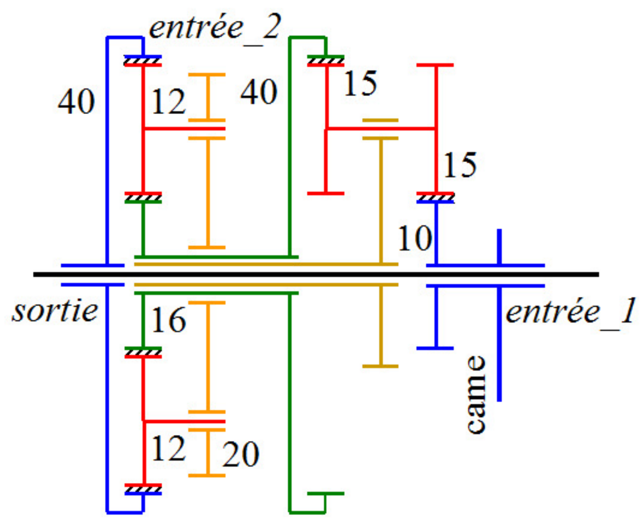
multiplicande
diviseur
pose

Marchant Figurematic de l’ IMAG



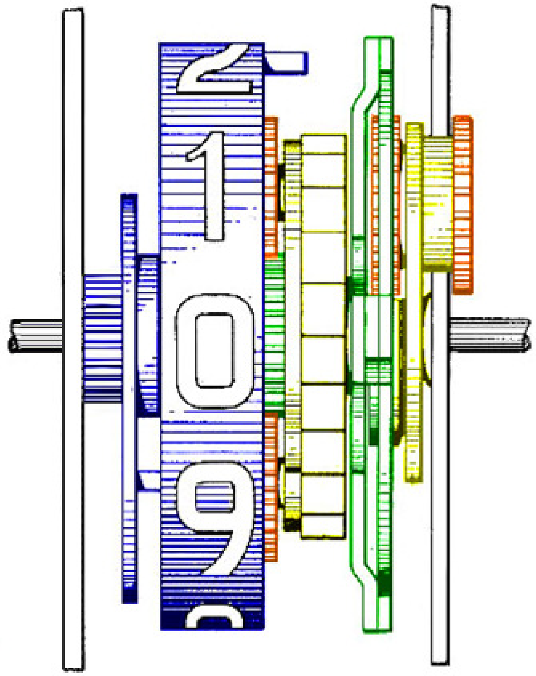
Totalisateur de la Marchant



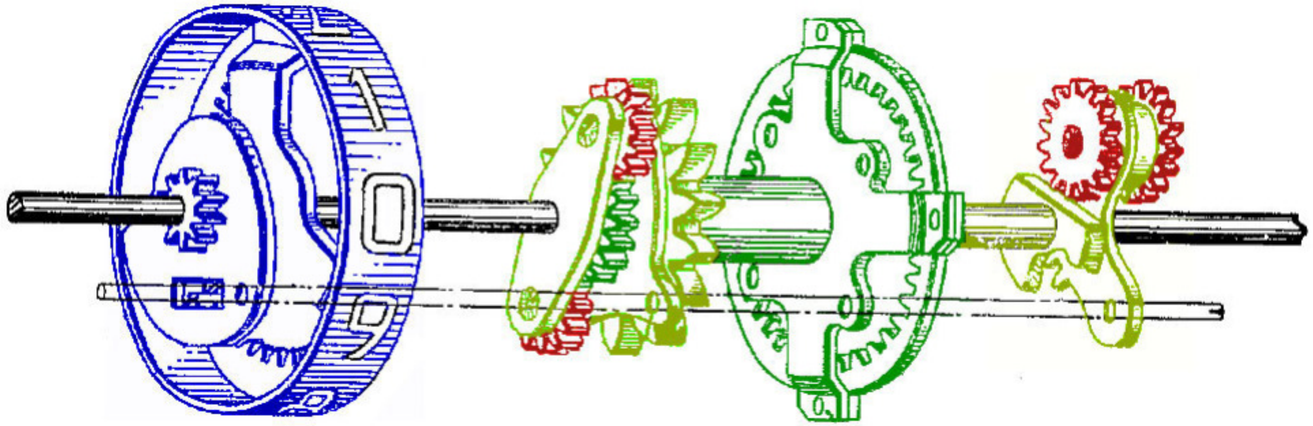


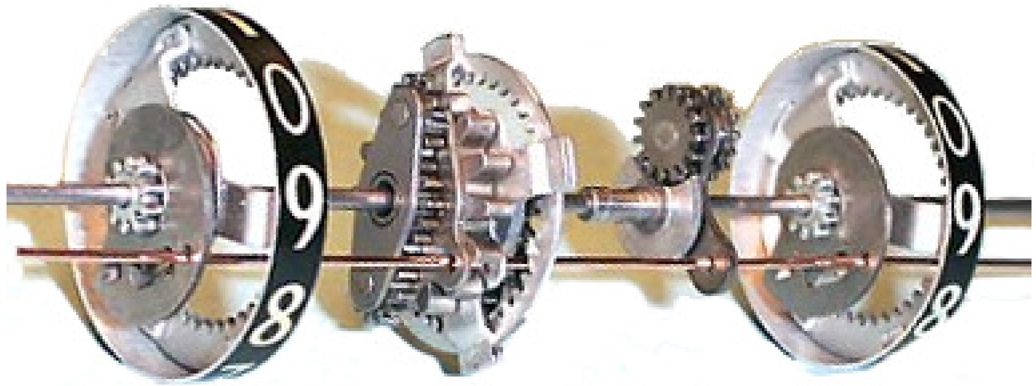
$$\frac{sortie}{entrée\_1} = \frac{10}{15} \times \frac{15}{40} \times \frac{16}{12} \times \frac{12}{40} = \frac{1}{10}$$

Éclaté du totalisateur de la Marchant



La tige sert à aligner les engrenages pour le montage

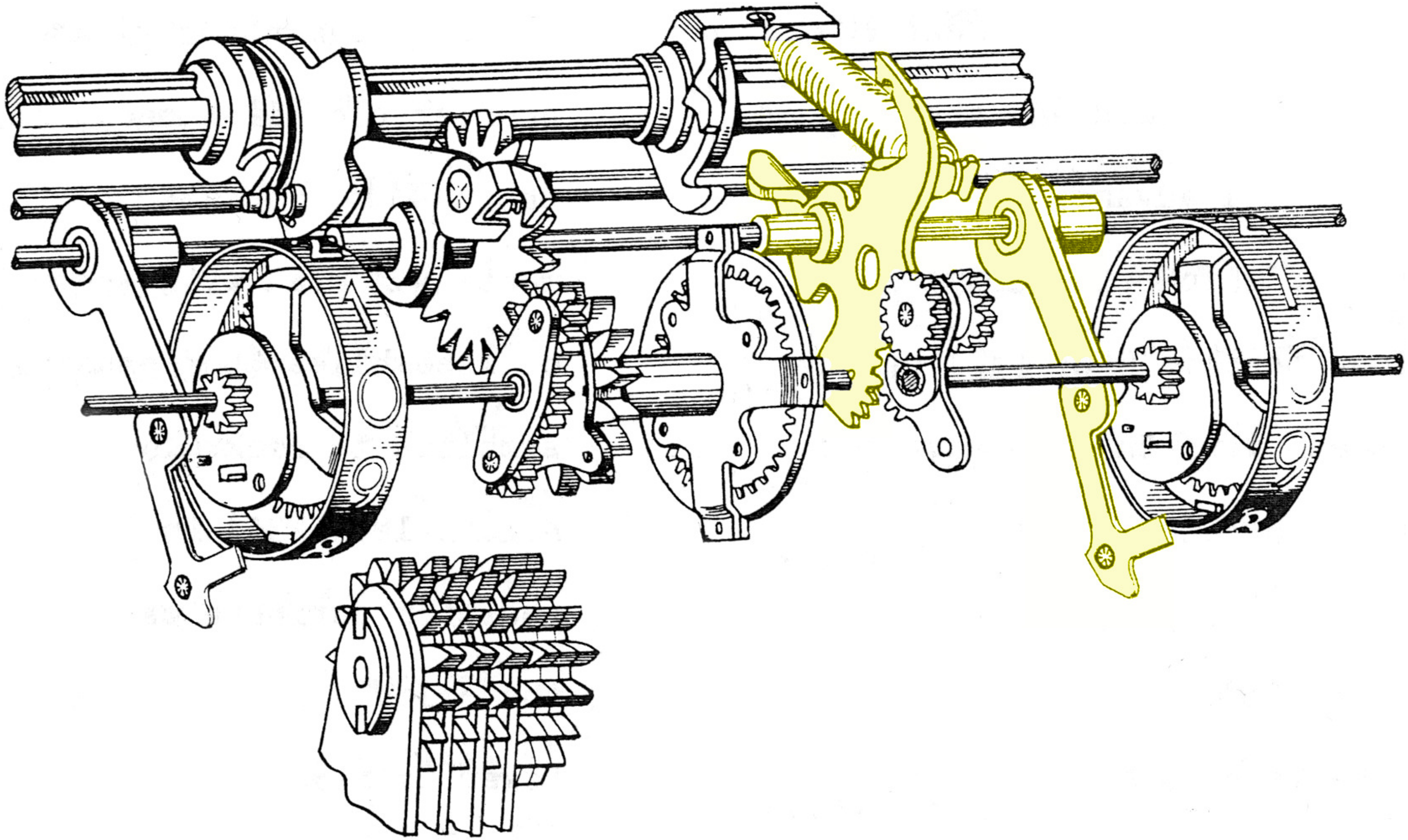




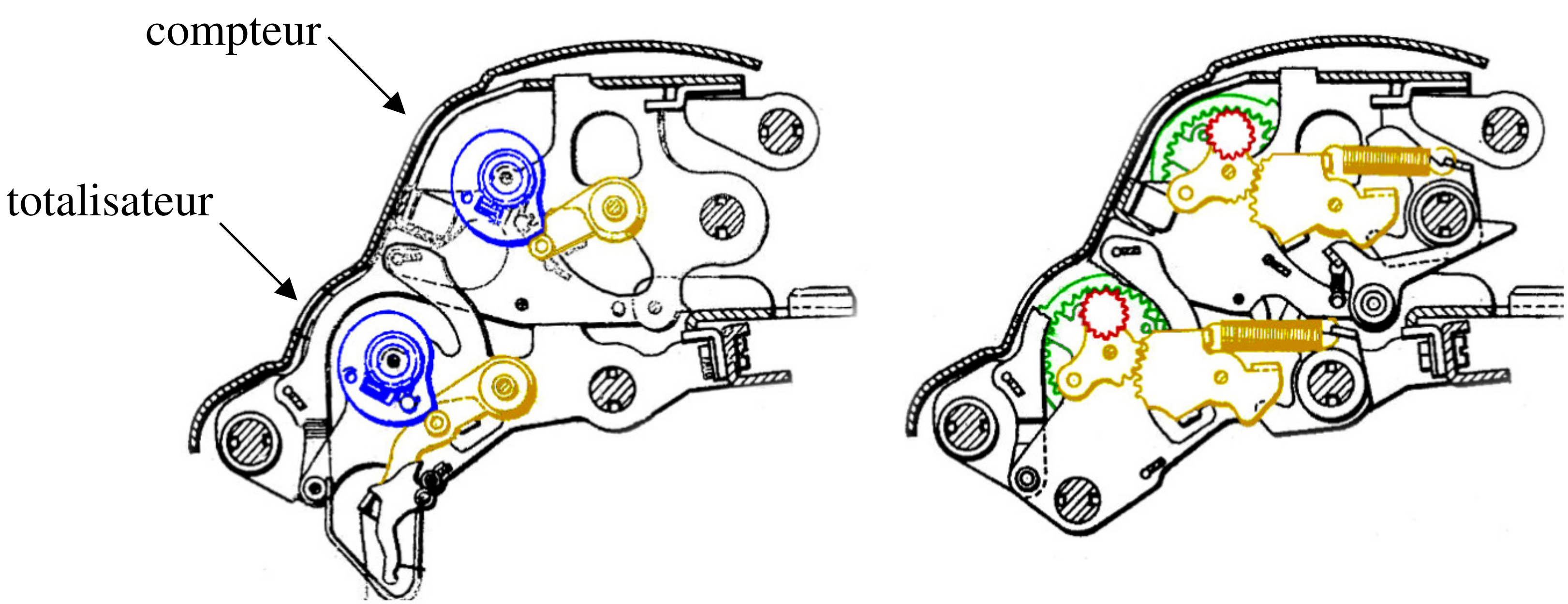
20 ensembles enfilés sur l'axe
pour le totalisateur et
10 pour le compteur de tours

Brevet US2222164

Culbuteurs et remise à zéro

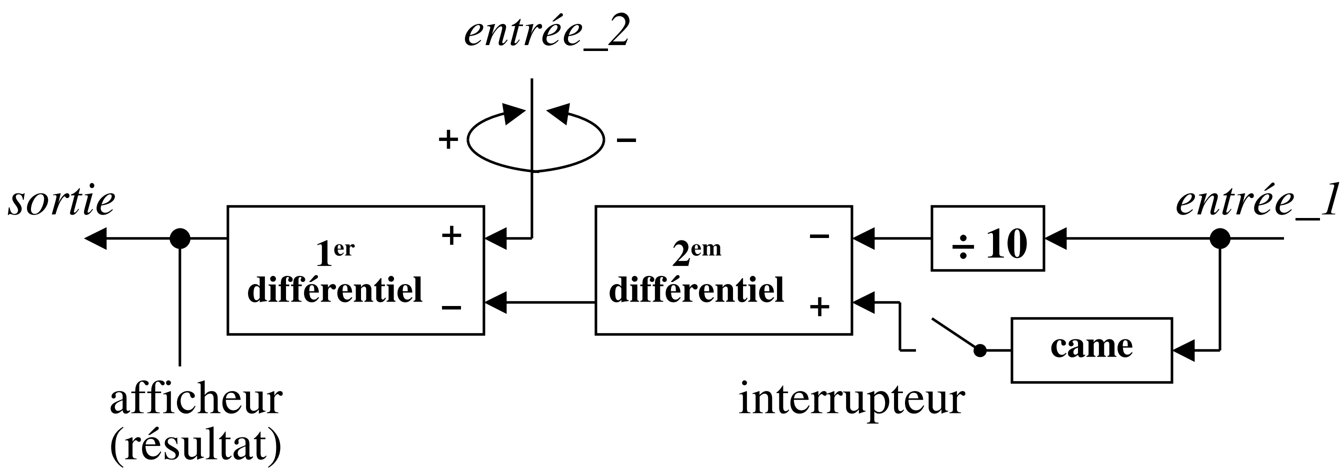


Chariot mobile de la Marchant



Deux coupes du chariot mobile de la Marchant Figurematic
En bleu les cames
En jaune les culbuteurs et les ressorts
En rouge les satellites
En vert les planétaires

Modèle du totalisateur de la Marchant



Deux modes :

1- interrupteur ouvert (culbuteurs relevés)

Peut tourner dans les deux sens (addition et soustraction) suivant *entrée_2*

plus de 20 additions/soustractions par seconde

mouvement continu, résultat continu

2- interrupteur fermé (culbuteurs poussés sur la came par un ressort)

Peut tourner dans un seul sens (addition) à cause de la came

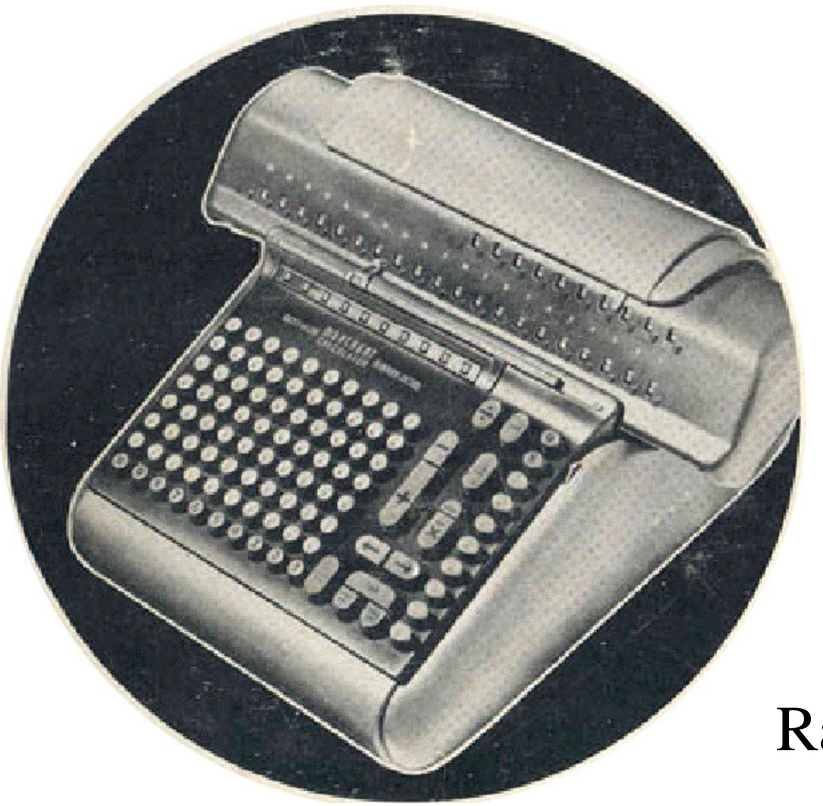
seulement 6 additions/propagation par seconde

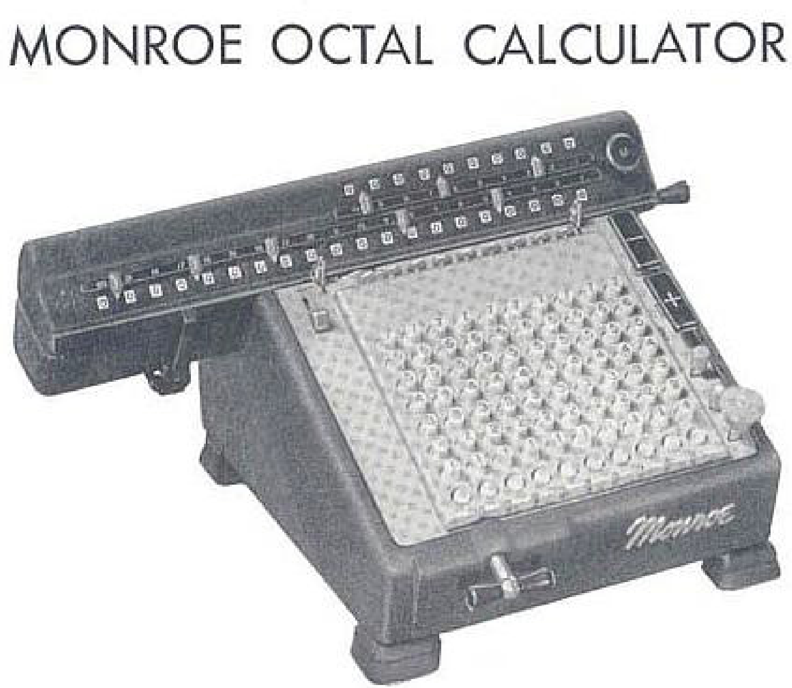
mouvement saccadé, résultat discret

Si on fait tourner dans l'autre sens, la came bloque les chiffres à zéro.

Calculateurs mécaniques binaires

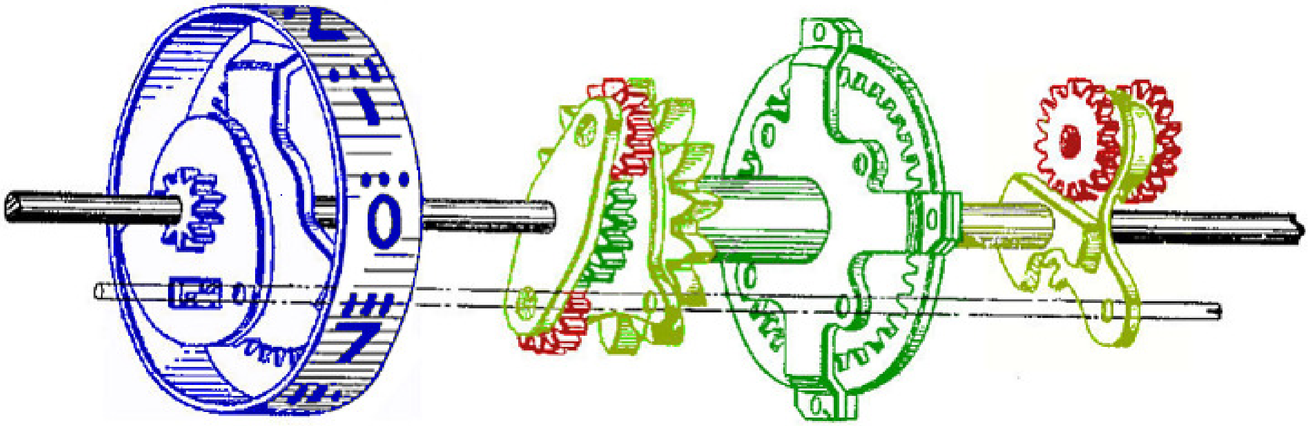
… variant of the Marchant, called the Binary-Octal Marchant, was a radix-8 (octal) machine. It was sold to check very early vacuum-tube (valve) binary computers for accuracy.

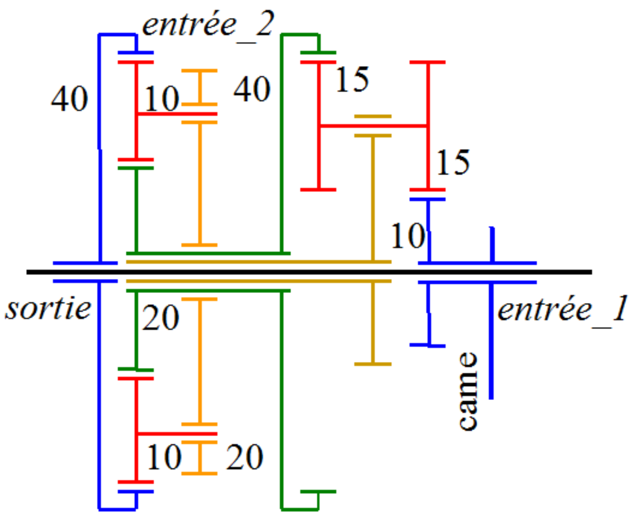




Raytheon Marchant binary-octal calculator

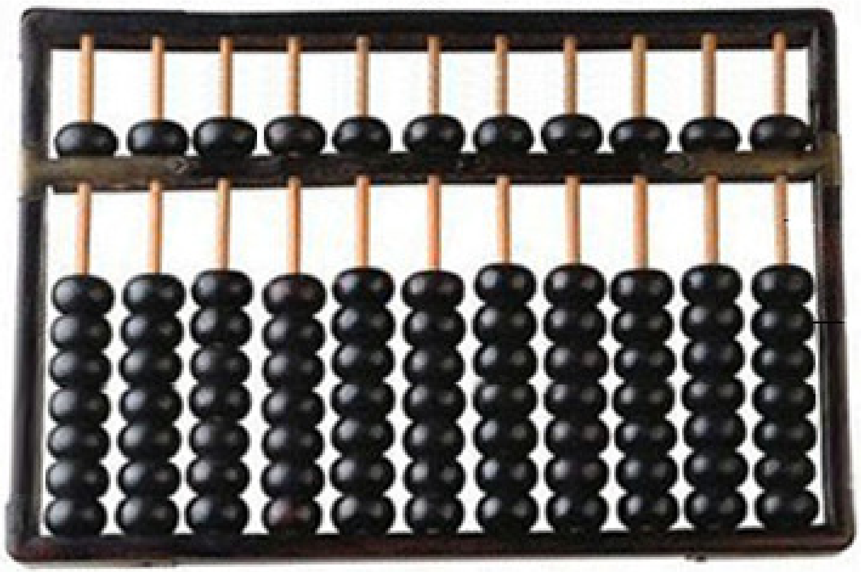
Totalisateur octal Marchant

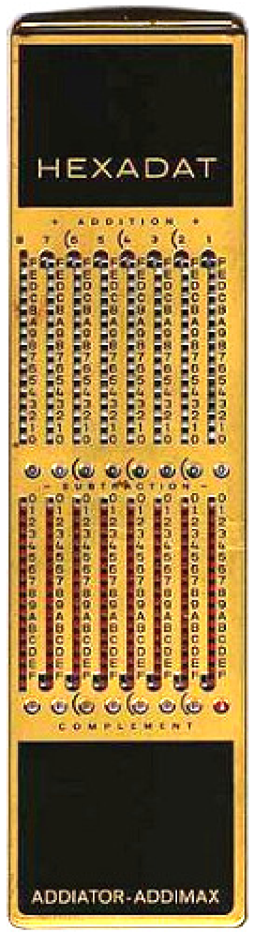


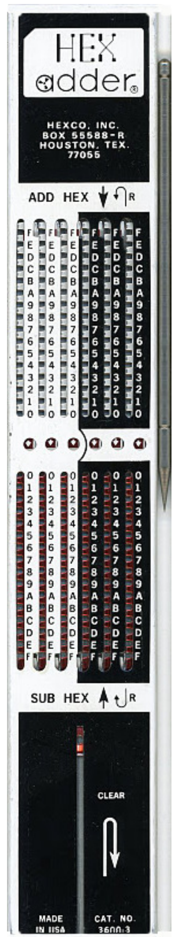


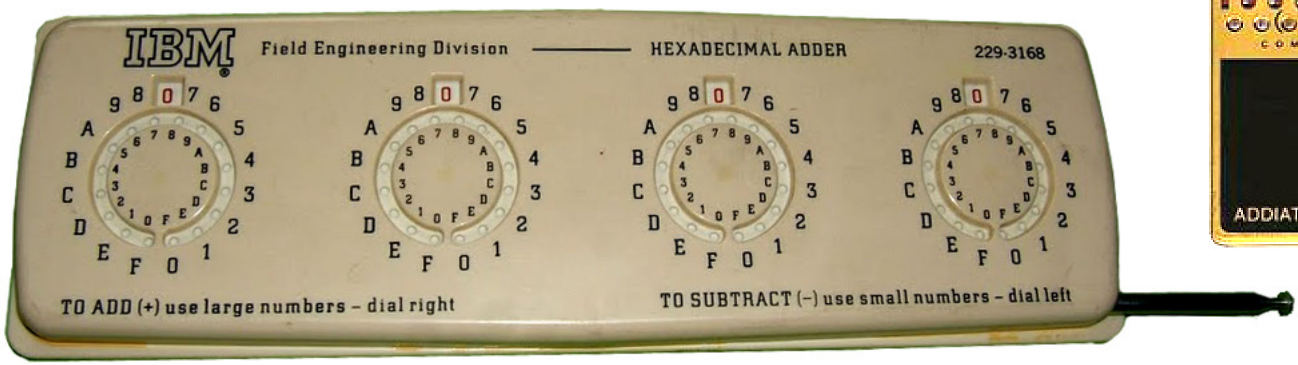
$$\frac{sortie}{entrée\_1}=\frac{10}{15}\times\frac{15}{40}\times\frac{20}{10}\times\frac{10}{40}=\frac{1}{8}$$

Totalisateurs hexadécimaux









Pencil Box

L’exposé pas à pas

- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
  - Addition de chiffres ou de nombres
  - Représentation des chiffres décimaux
  - Addition des nombres
    - Comptometer
    - Hélice de retenues
  - Soustraction
  - Exemples (addition/soustraction)
    - Thales Klein Addier
    - Olivetti Summa Quanta
    - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
  - Multiplication semi-automatique
  - Multiplication automatique
  - Multiplication directe
  - Actionneur
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

Rappel sur la multiplication

Soit à effectuer `375201 x 4251`

multiplicande *multiplieur*

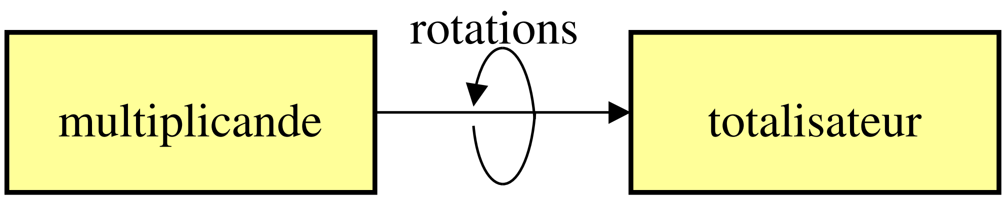
```
1 fois  →  375201            0
          375201←       375201
          375201       4127211
5 fois    375201       7879221
          375201      11631231
          375201      15383241
2 fois   375201←      19135251
         375201       56655351
        375201←       94175451
4 fois  375201       469376451
        375201       844577451
        375201      1219778451
                    1594979451
```

en décalant le *multiplicande*

```
          375201           0
          375201      375201
4 fois    375201      750402
          375201     1125603
2 fois    375201     1500804
          375201    15383241←
          375201    15758442
          375201   157959621←
5 fois    375201   158334822
          375201   158710023
          375201   159085224
1 fois    375201   159460425←
                  1594979451
```

en décalant le *produit partiel*

Multiplication



lire le multiplicande → additionner
décaler le multiplicande

autant de décalages que de chiffres du multiplieur
pour chaque chiffre du multiplieur, autant d’additions que la valeur de ce chiffre (0 à 9)

- lire un nombre = lire tous ses chiffres (simultanément)

- lire un chiffre = transformer la valeur du chiffre en autant de fractions de tour (dixièmes de tour)

L'exposé pas à pas

- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
  - Addition de chiffres ou de nombres
  - Représentation des chiffres décimaux
  - Addition des nombres
    - Comptometer
    - Hélice de retenues
  - Soustraction
  - Exemples (addition/soustraction)
    - Thales Klein Addier
    - Olivetti Summa Quanta
    - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
  - Multiplication semi-automatique
  - Multiplication automatique
  - Multiplication directe
  - Actionneur
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

Multiplication semi-automatique

Olivetti Multisumma 1941

La multiplication étant séquentielle, fournir un clavier réduit pour poser le multiplieur séquentiellement (en commençant par les poids faibles ou forts).
L'autre clavier pose le multiplicande (préalablement)

Marchant 1930

Friden 1949

Lagomarsino 1950

Multiplication semi-automatique en Allemagne

Machine à clavier séparé pour le multiplieur

Rheinmetall SAR IIc (1951)

Diehl DR 18 (1958)

Remarque : le clavier séparé est commode quand on a *n* items semblables sur une facture

1933 Mathematon (Rheinmetall)

Les précurseurs

totalisateur (caché)

multiplieur/quotient

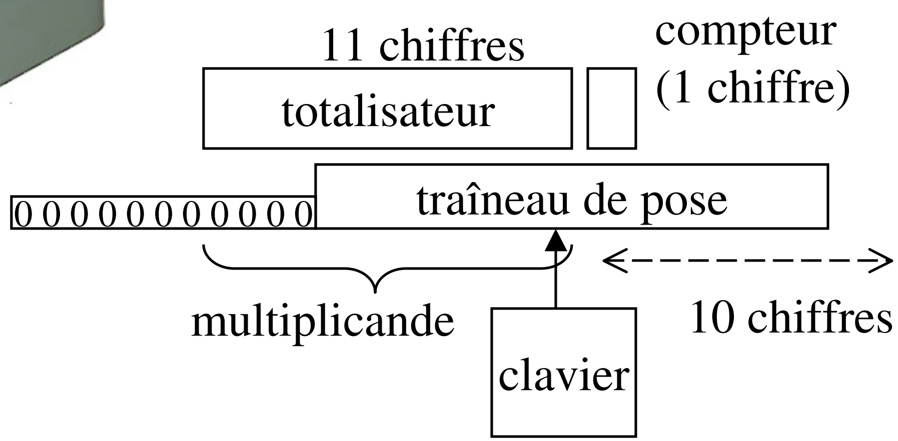
The Ensign (1905)
(brevet 1904 - 1908)

Monroe KAA (1920)

L'imposteur

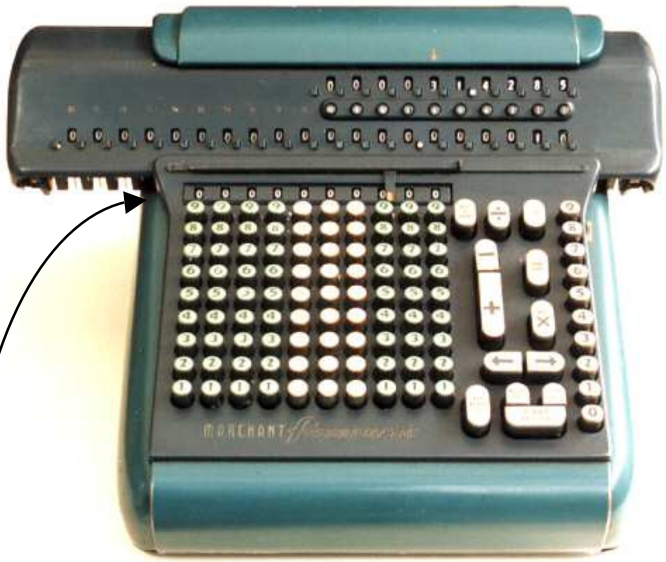
touches de
multiplication
(+ et −)

L'Olivetti MULTISUMMA 22 (1958)
n'a qu'un seul clavier (réduit).
Ce clavier sert à poser le multiplicande
(en commençant par les poids-forts) puis
le multiplieur (en commençant par les
poids-faibles).



#chiffres_produit $\leq$ #chiffres_multiplicande + #chiffres_multiplieur

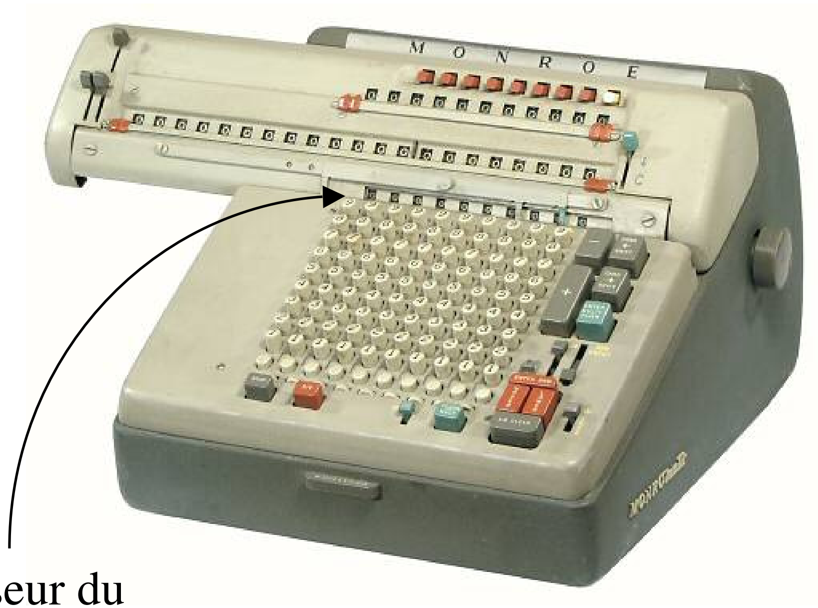
Multiplication automatique



viseur de pose

Marchant Figurematic Model 10
(IMAG) ACONIT 12375

Pas de registre pour le multiplieur
Multiplication semi-automatique



viseur du
multiplieur

MonroMatic CAA 10 (1950)
(IMAG) ACONIT 12361

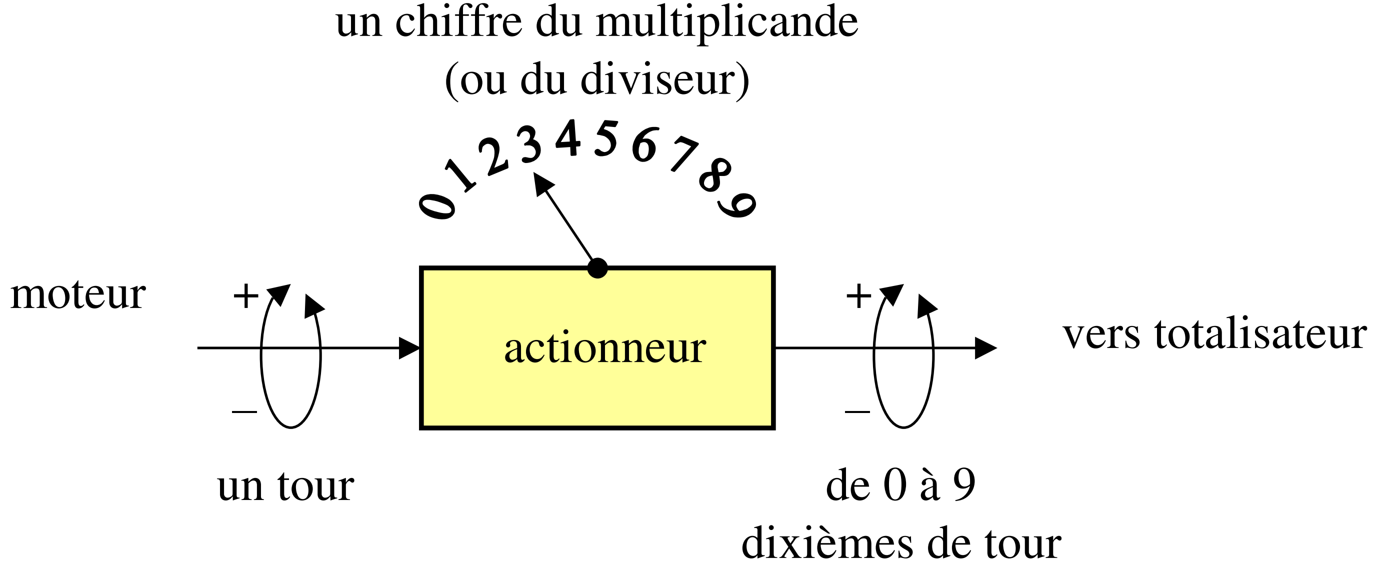
Un petit registre pour le multiplieur
a été installé juste dessous le totalisateur

L’exposé pas à pas

- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
  - Addition de chiffres ou de nombres
  - Représentation des chiffres décimaux
  - Addition des nombres
    - Comptometer
    - Hélice de retenues
  - Soustraction
  - Exemples (addition/soustraction)
    - Thales Klein Addier
    - Olivetti Summa Quanta
    - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
  - Multiplication semi-automatique
  - Multiplication automatique
  - Actionneur
  - Multiplication directe
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

Actionneur

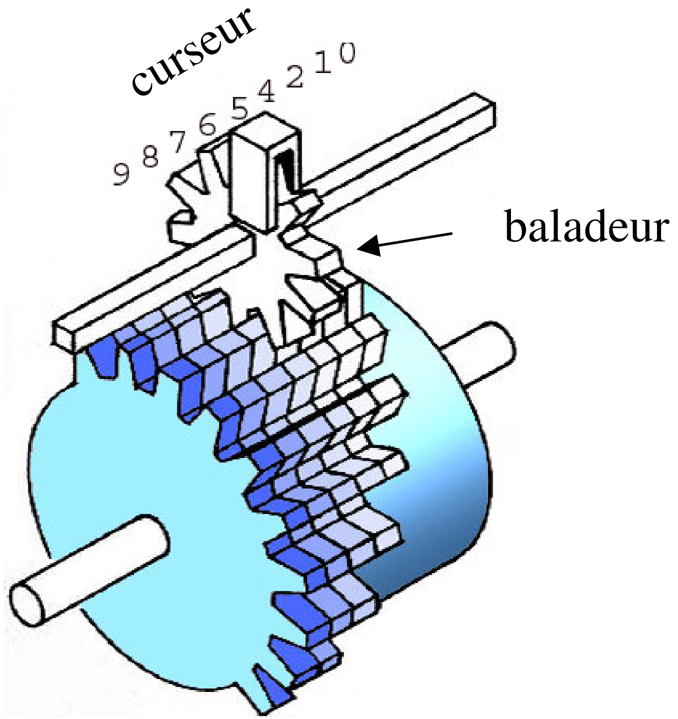
Définition : dispositif par où agit le moteur (manivelle, …)

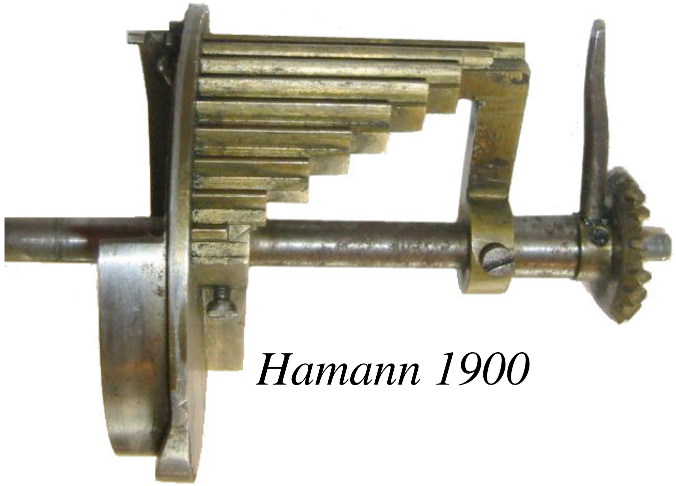


L'entrée et la sortie tournent dans le même sens, pour addition/soustraction
Une fois affiché, le multiplicande ne change plus. Il est "mémorisé"

Cylindre de Leibniz

Transformer le chiffre affiché en autant de fractions de tour (dixième de tour)





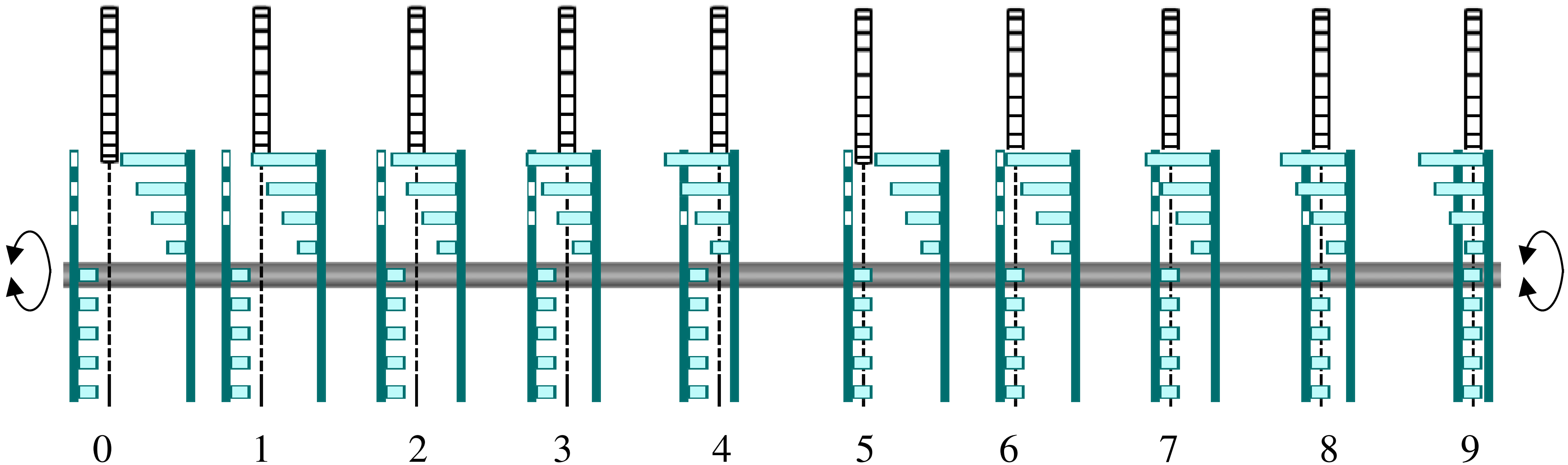
Hamann 1900

Un "cylindre de Leibniz" (1673) est formé par l’empilement d’engrenages à 9 dents, 8 dents, 7 dents jusqu’à 0 dent.
Les dents des engrenages sont alignées.
Quand le cylindre fait un tour, le baladeur tournera d’autant de dixième de tour que le chiffre affiché.

Roues de Monroe

Brevet Frank S. Baldwin 2 décembre 1913

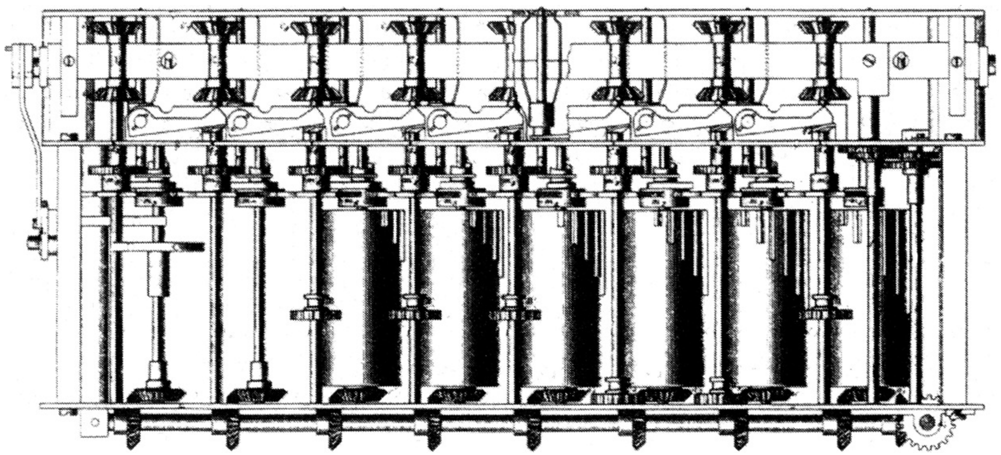
Idée : couper le cylindre de Leibniz en 2 parties qui s'emboîtent pour diviser la longueur par 2.
Les roues sont enfilées sur le même axe



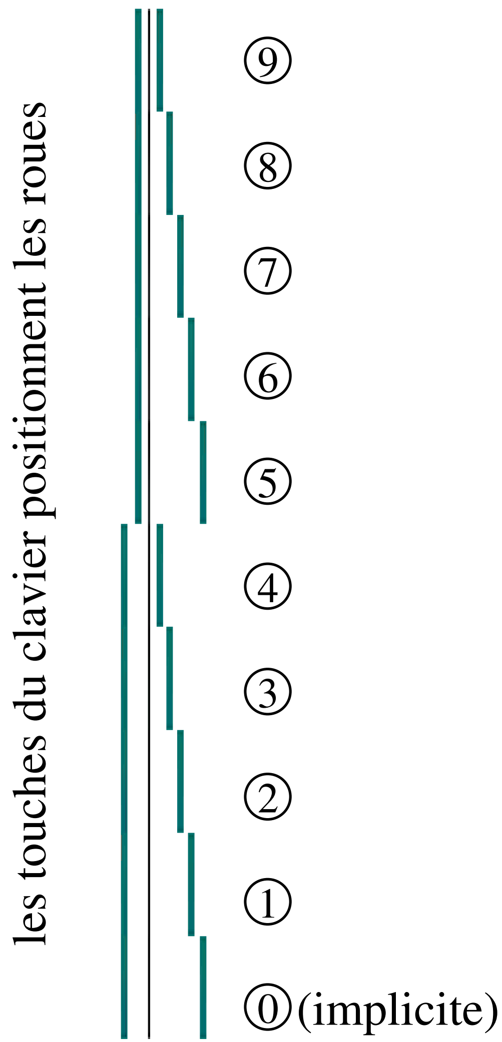
Roues de Monroe (cont.)

Les roues de Baldwin/Monroe, Baldwin/Odhner ou Grant/Hamann sont plus courtes que les roues de Leibniz et peuvent être enfilées sur le même axe.

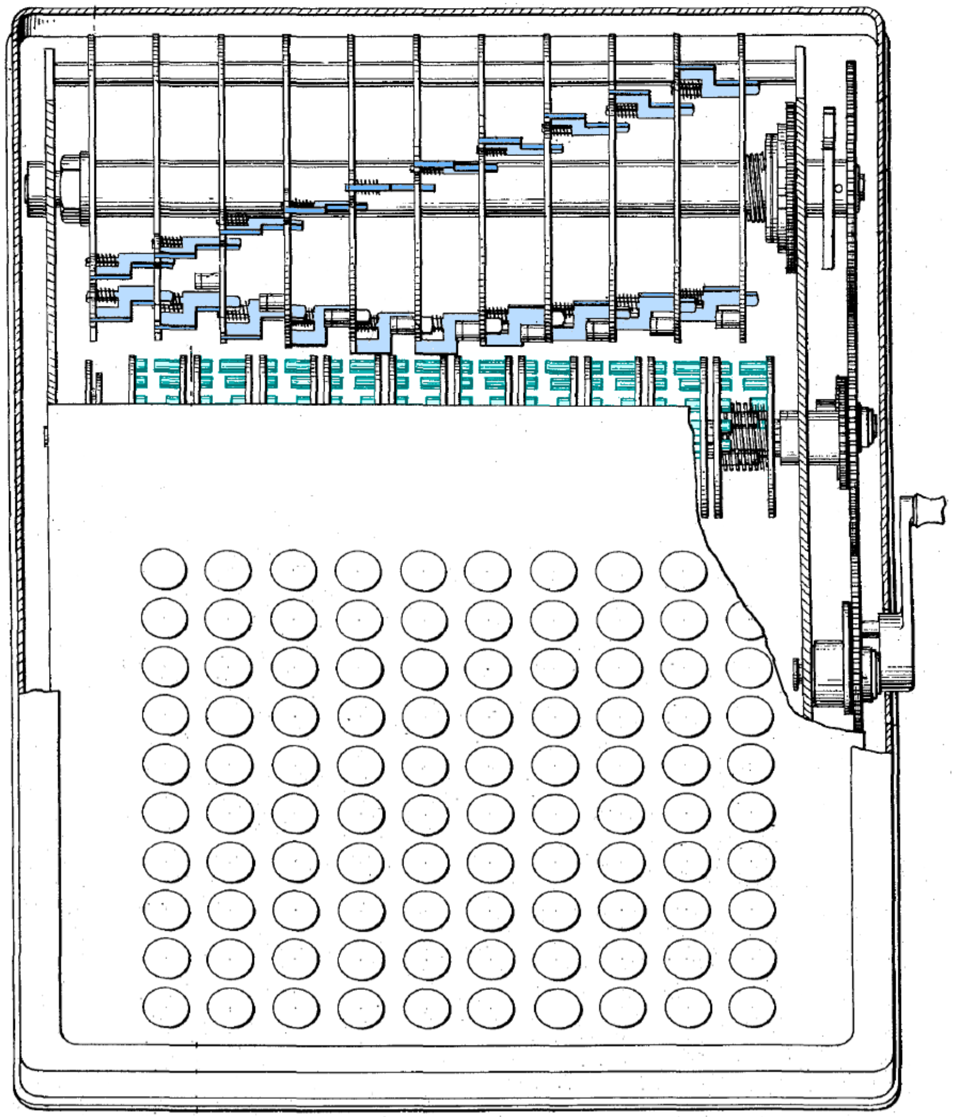
(pas de Monroe ≈ 9,5 mm)



Arithmomètre de Thomas de Colmar (1870)



Roues de Monroe (cont.)



Machine dont le chariot a été ôté

les petits cylindres attachés à l'hélice de retenues sont pour l'équilibrage.

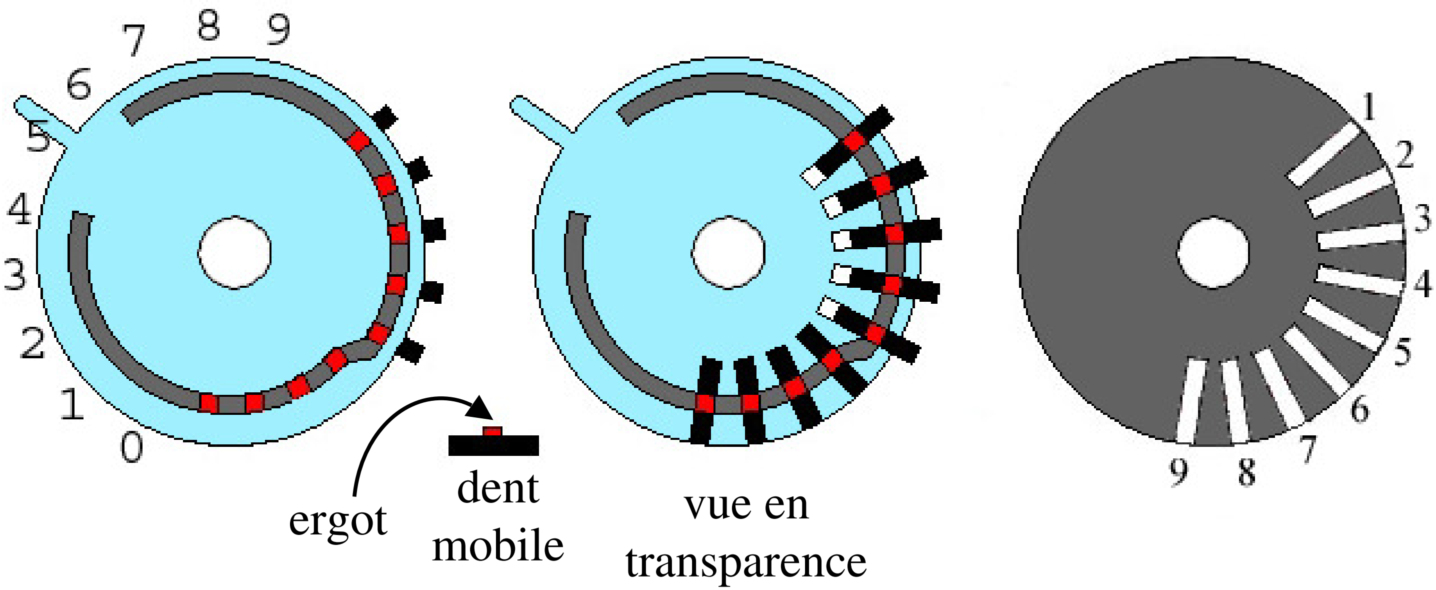
chaque tour de manivelle fait un tour des roues de Monroe et de la double hélice de retenues.

Brevet Monroe 1923

Les "roues de Monroe" sont dans les Brunsviga 10

Roue de Odhner

Transformer le chiffre affiché en autant de fractions de tour (dixième de tour)



Une "Roue de Odhner" est formé de deux disques qui peuvent tourner l'un par rapport à l'autre pour faire saillir un nombre de dents variable suivant les positions relatives des deux disques.

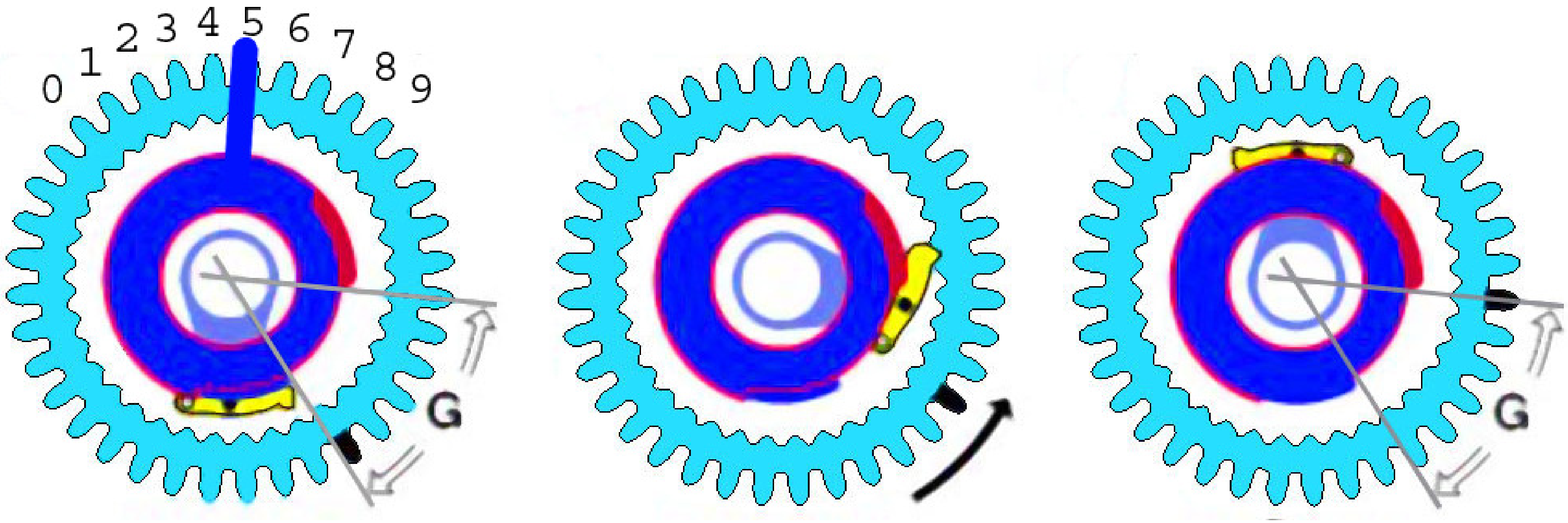
Brevet de Frank S. Baldwin en 1875 (USA) et de Wilgodt T. Odhner en 1877 (Russie)

Odhner et Baldwin

Frank Stephen Baldwin en 1870 âgé de 32 ans

Wilgodt Theophil Odhner en 1878 âgé de 33 ans
© Tekniska Museet, Stockholm

Roue de Hamann (contact intermittent)



Un linguet (jaune) fait un tour complet.
Deux disques échancrés (bleu et rouge) déterminent l'angle G dedans lequel le linguet entraîne la sortie. Le disque rouge est fixe. Le bleu relié au curseur de pose.

Avantage sur la roue de Baldwin/Odhner : le curseur de pose ne se déplace pas (tout seul)

Brevet de George B. Grant (1872) et Christel Hamann (1911)

Actionneur de la Demos

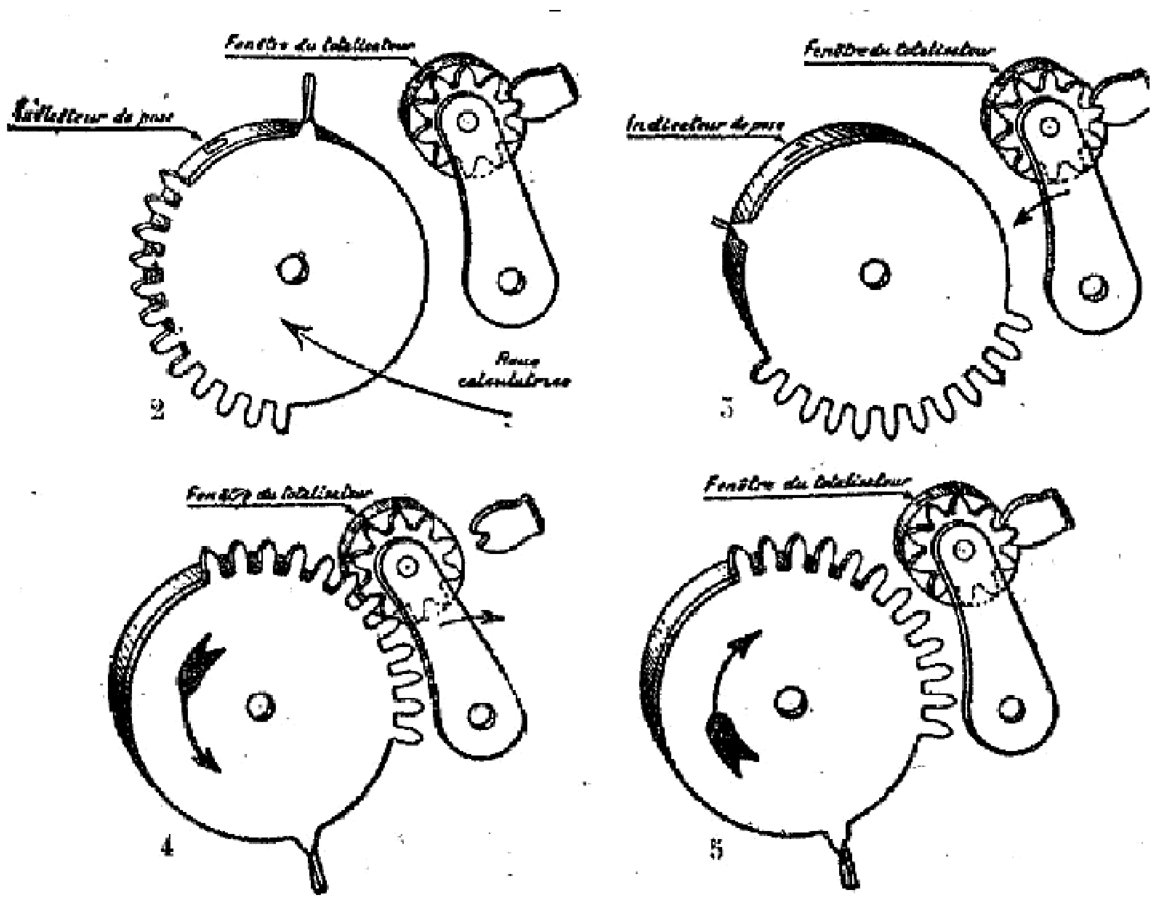
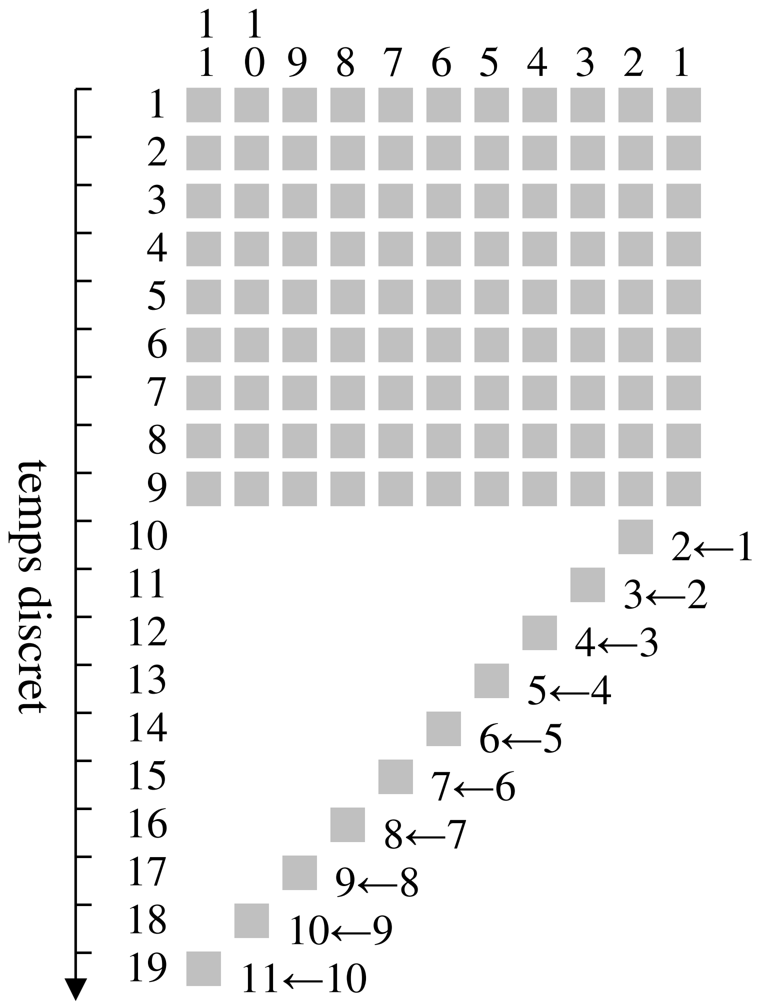


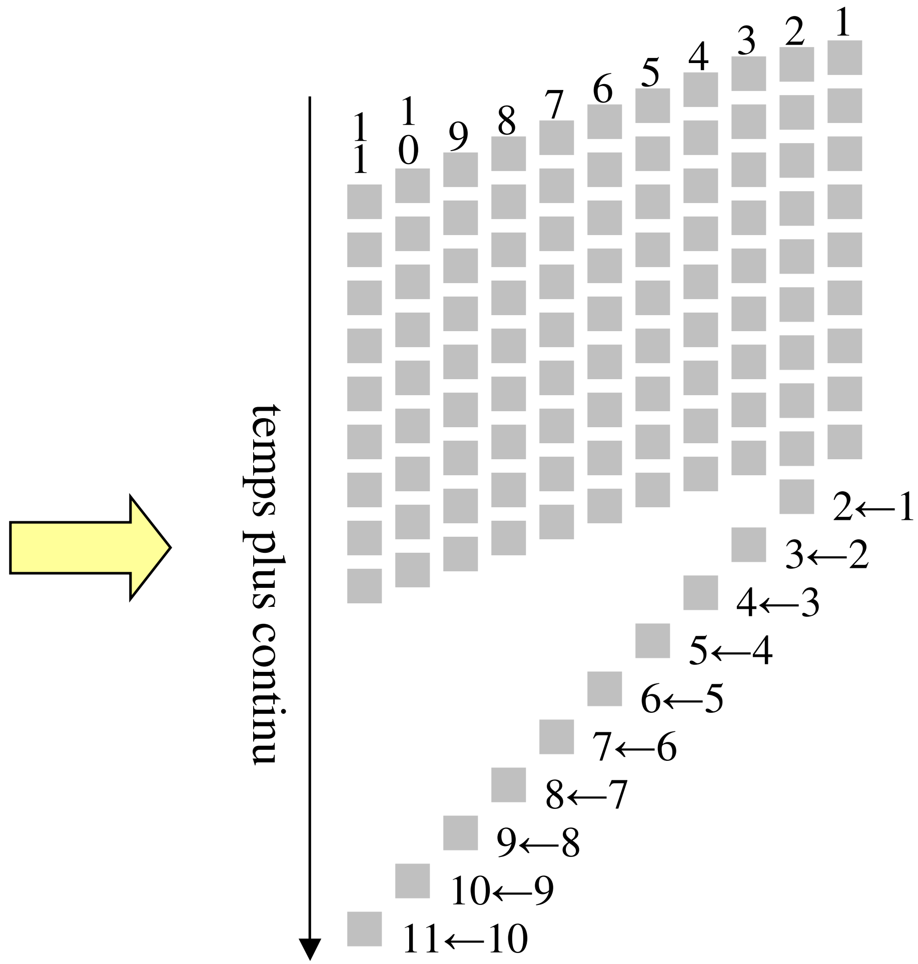
Fig. 2 à 5. — Schéma du fonctionnement des roues calculatrices.

Machine suisse, 1923, 5kg
Theo Muggli, Zurich

DR-Patent-Nr. 405510

Décalage des attaques





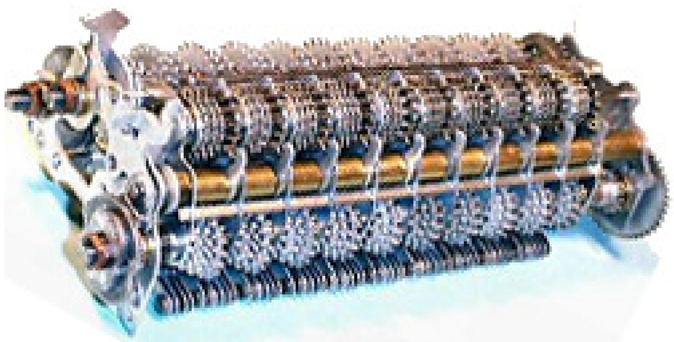
Les attaques sont simultanées : à-coup

Les attaques sont décalés dans le cycle : rotation plus douce

Vitesse variable de Avery (boîte de vitesses)

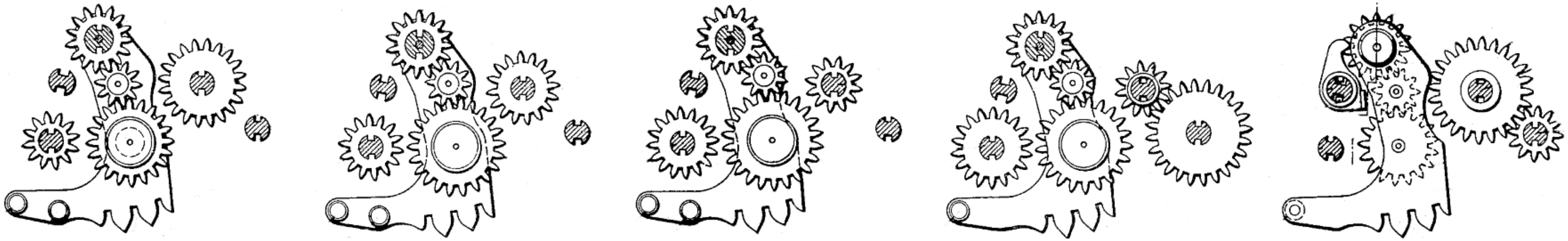
La "Marchant Figurematic" ne contient pas moins de 10 boîtes de vitesses à dix rapports.
Chaque boîtes contient 5 baladeurs pouvant engrener à gauche ou à droite.
Les arbres de gauche et droite tournent de 8/10 et 4/10 de tour par opération.

$\frac{8}{10}\times\frac{12}{16}=\frac{6}{10}$	$\frac{4}{10}\times\frac{20}{16}=\frac{5}{10}$
$\frac{8}{10}\times\frac{14}{16}=\frac{7}{10}$	$\frac{4}{10}\times\frac{16}{16}=\frac{4}{10}$
$\frac{8}{10}\times\frac{16}{16}=\frac{8}{10}$	$\frac{4}{10}\times\frac{12}{16}=\frac{3}{10}$
$\frac{8}{10}\times\frac{18}{16}=\frac{9}{10}$	$\frac{4}{10}\times\frac{8}{16}=\frac{2}{10}$
blocage	$\frac{4}{10}\times\frac{1}{2}\times\frac{8}{16}=\frac{1}{10}$

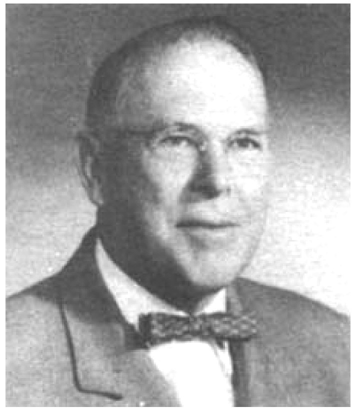


Brevet de Harold T. Avery (1936)

Les cinq baladeurs de la Marchant



$\frac{6}{10}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{8}{10}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{9}{10}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{0}{10}$ $\frac{1}{10}$



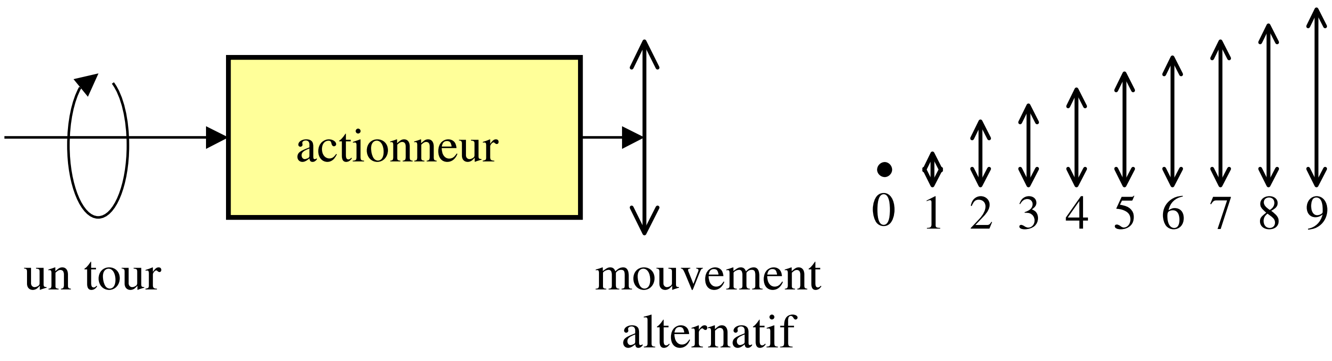
Harold T. Avery

Les actionneurs à engrenages à denture discontinue ou à contact intermittent provoquent des accélérations et décélérations brusque. Cela fait du bruit et du risque de bris quand la vitesse est élevée.

Au contraire le système de rotation continu de la Marchant permet de tourner très vite dans un silence relatif.

Inconvénient : on ne peut plus compter les tours à l'oreille.

Actionneurs alternatif



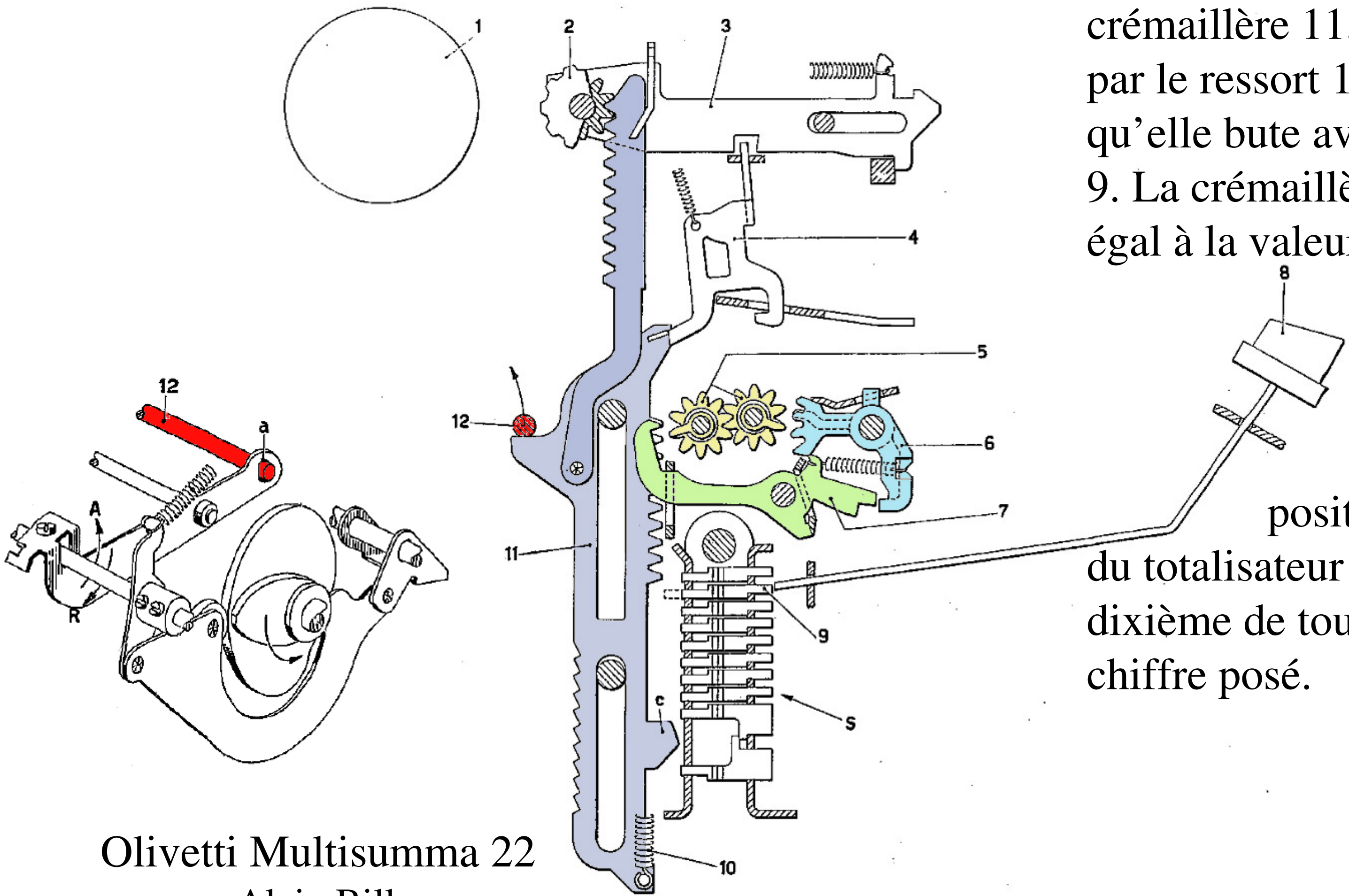
montée (Φ_1) : des ressorts remontent les actionneurs jusqu'au blocage
descente (Φ_2) : le moteur force les actionneurs à redescendre (tend les ressorts)

montée (Φ_1) : lecture du clavier
lecture destructive du totalisateur (et des mémoires)
impression (fin de Φ_1)
descente (Φ_2) : addition/soustraction, (restauration du totalisateur)
écriture des mémoires

Actionneurs alternatif Olivetti

En enfonçant une touche 8 on pousse vers la gauche un arrêt 9 du traîneau de pose S. Quand la barre 12 libère la crémaillère 11, cette dernière est tirée par le ressort 10 vers le haut jusqu'à ce qu'elle bute avec l'ergot c contre l'arrêt 9. La crémaillère fait un nombre de pas égal à la valeur du chiffre posé.

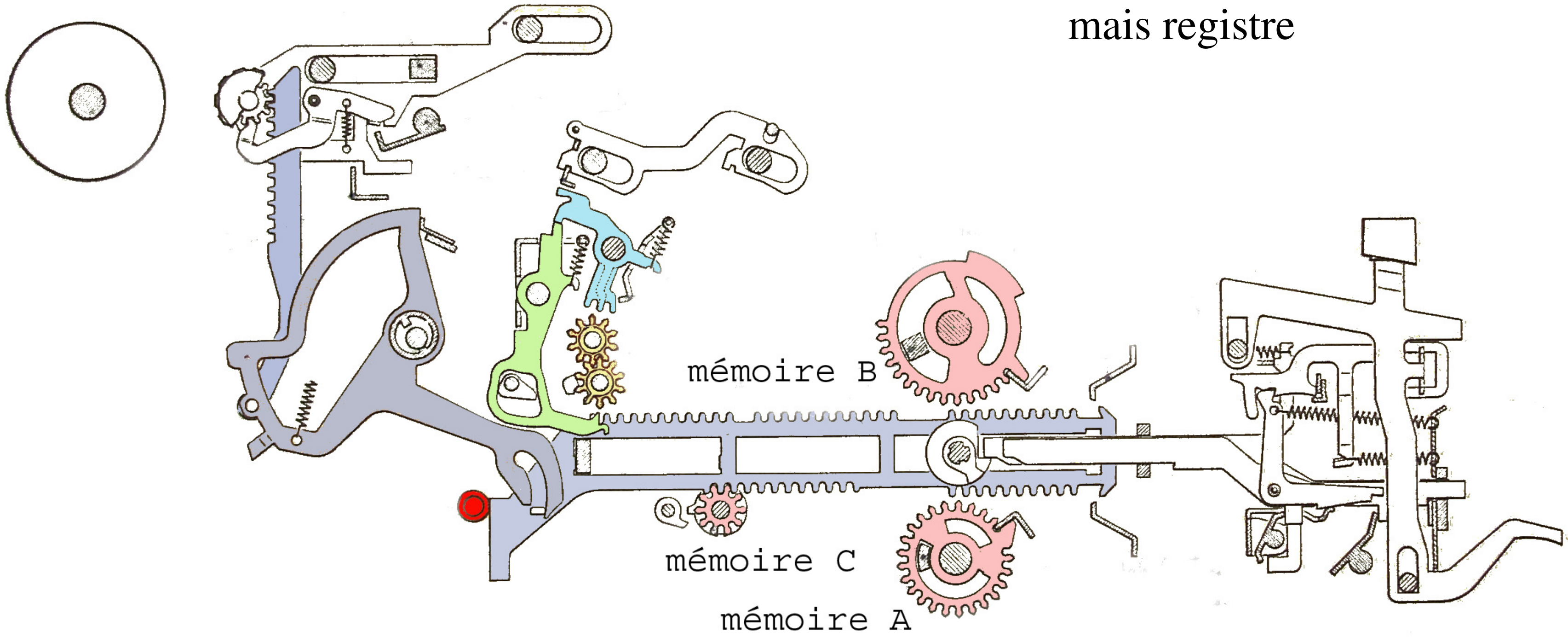
En engrenant ensuite le totalisateur 5 avec la crémaillère 11 et en ramenant celle-ci en position de repos, les roulettes du totalisateur tournent d'un nombre de dixième de tour égale à la valeur du chiffre posé.



Olivetti Multisumma 22
source : Alain Billerey

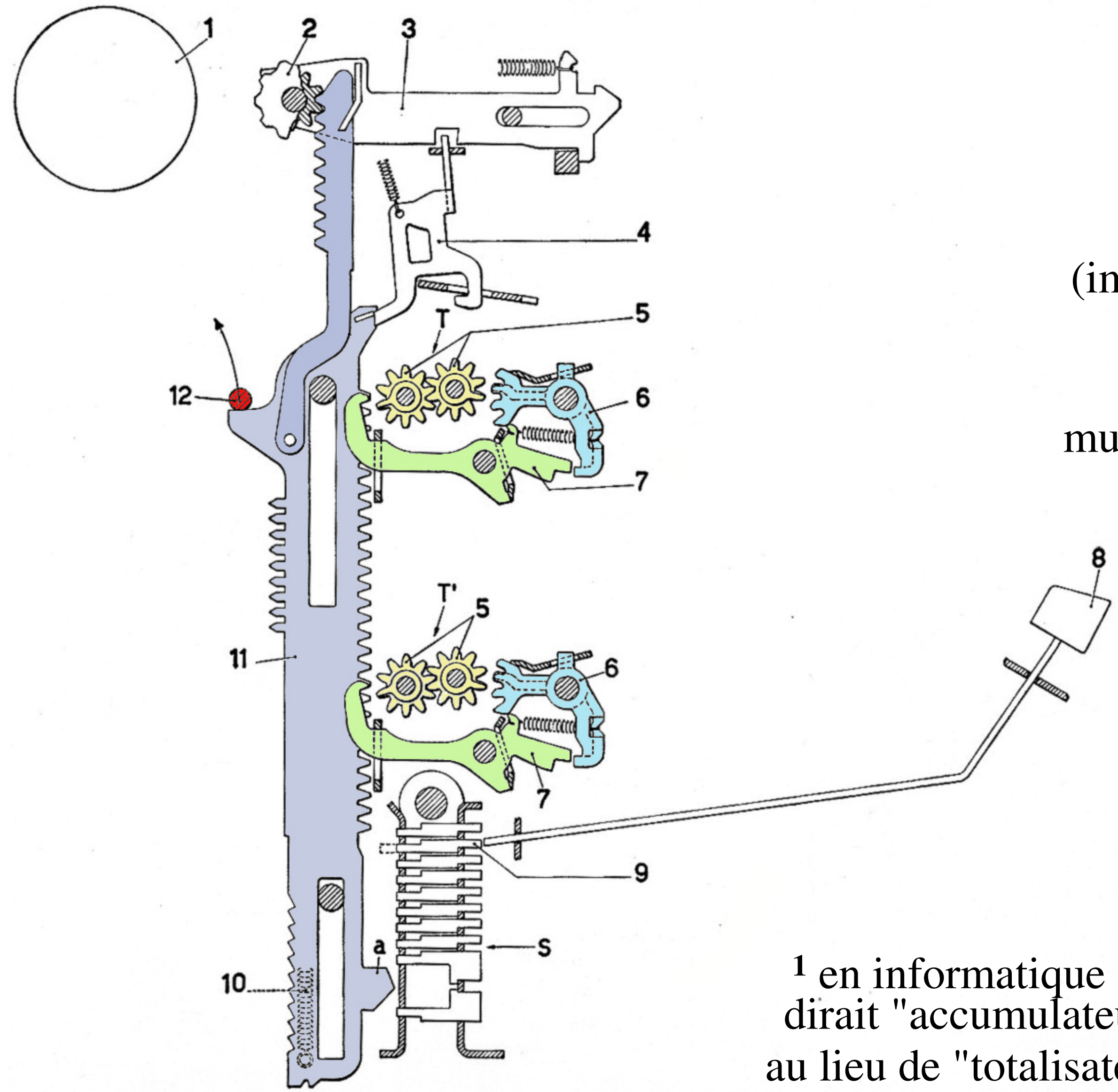
Mémoires et actionneur alternatif

On ne dirait plus mémoire
mais registre



Olivetti Logos 27 (10 additions/seconde) source Alain Billerey

Olivetti Tetractys (1960)



sortie
(imprimante)

automates
multiplication
division

mémoire
(crémaillères)

totalisateur [1] **T**
(lire/écrire
ajouter/soustraire)

totalisateur **T'**
(lire/écrire
ajouter/soustraire)

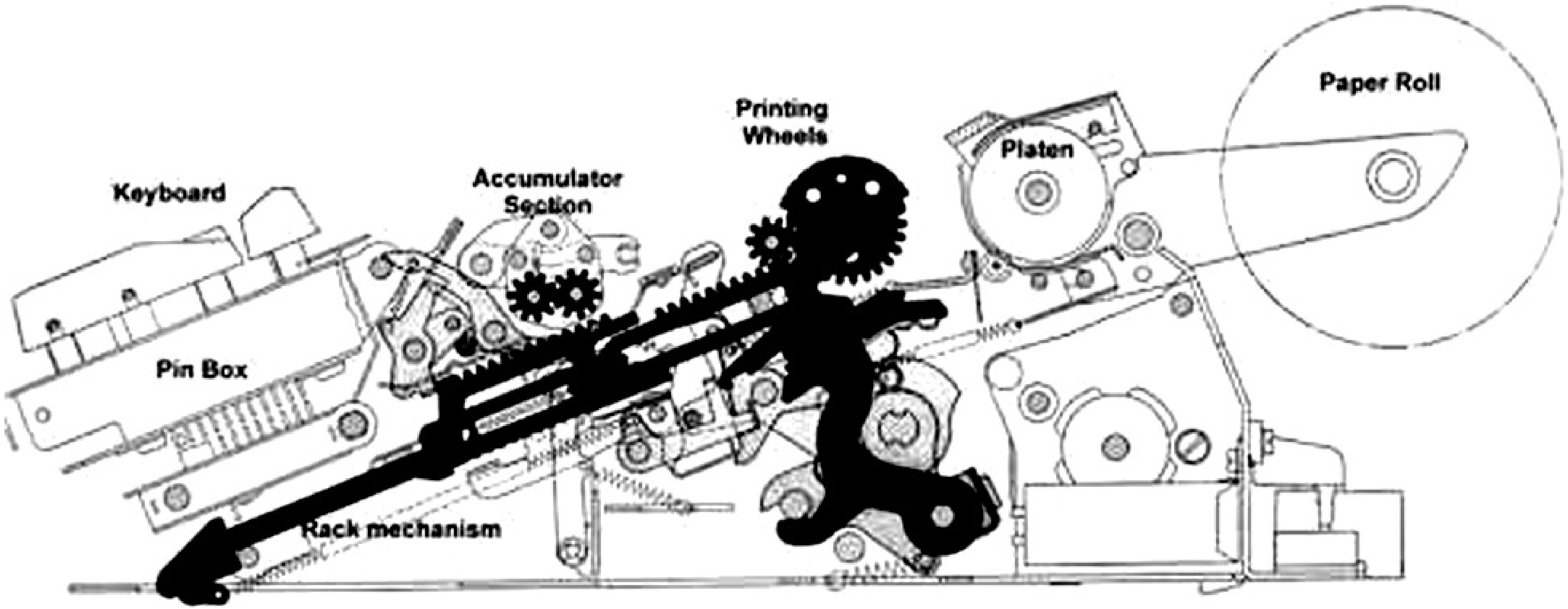
entrée (clavier)
(décalage)

bus (12 chiffres)
4 transferts/seconde

[1] en informatique on
dirait "accumulateur"
au lieu de "totalisateur"

Actionneur alternatif Walther

Walther Diwa 32
(Walther Comptograph in USA)



Comparaison des actionneurs

Calculatrices électromécaniques des années ‘60

Actionneurs rotatifs

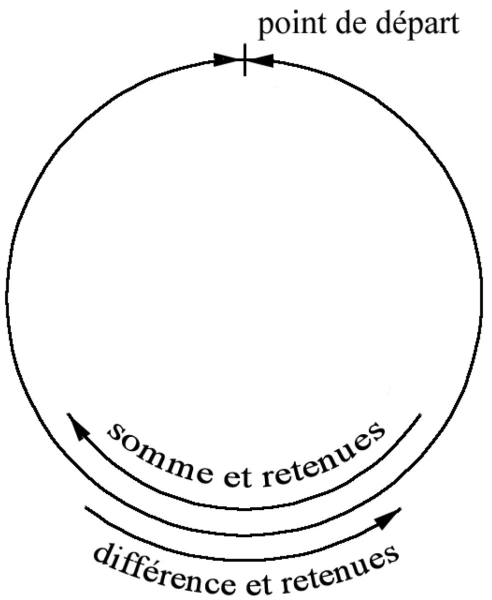
- pas important (≈ 10 mm)
- machine large
- clavier complet
- chariot apparent
- viseur
- grande précision (20 chiffres)
- pas d’arrondi
- écoles américaine et allemande
- soustraction par inversion de rotation
- grande vitesse de rotation (rotatif)
- multiplication par additions/décalages
- 4 opérations (plus racine carrée)
- compteur de tours explicite

Actionneurs alternatifs

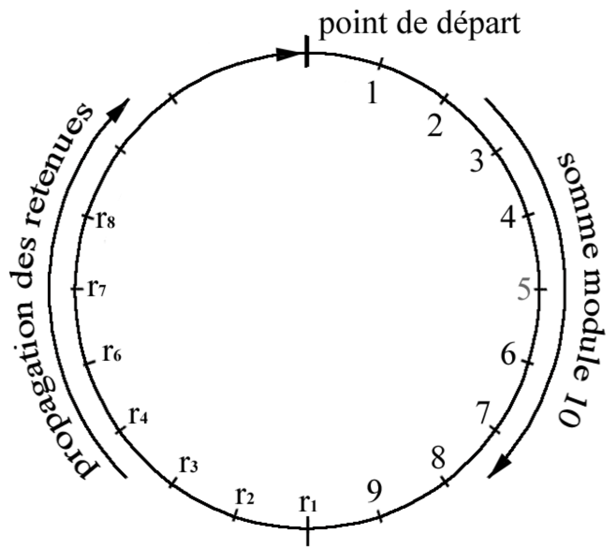
- pas resserré (≈ 3,5 mm)
- machine longue (sauf Logos)
- clavier réduit
- chariot interne
- imprimante
- bonne précision (12 chiffres)
- arrondi automatique (rare)
- école italo-helvétique
- soustraction par complément à 9
- vitesse plus faible (rattrapée fin ‘60)
- multiplication réduite (commune)
- 4 opérations
- compteur caché (mémoire dédiée)

Classification de George C. Chase (1925)

Classification des cycles des additionneurs de nombres

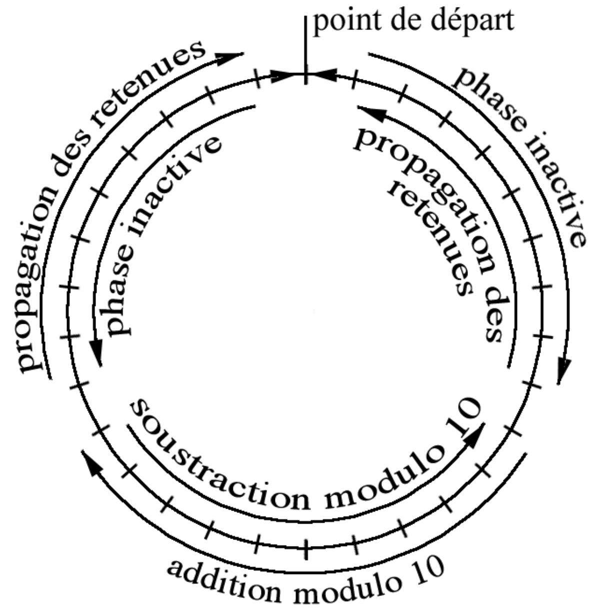


Exemple : Marchant



Addition seulement
propagation de la retenue
par une hélice de retenues

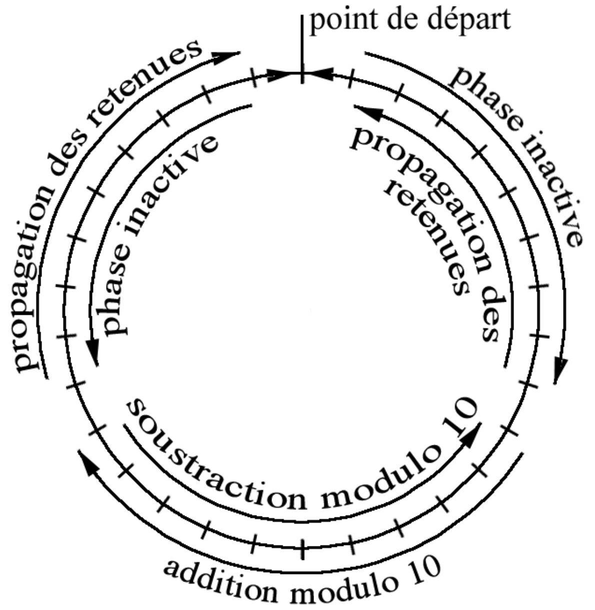
Exemple : Friden



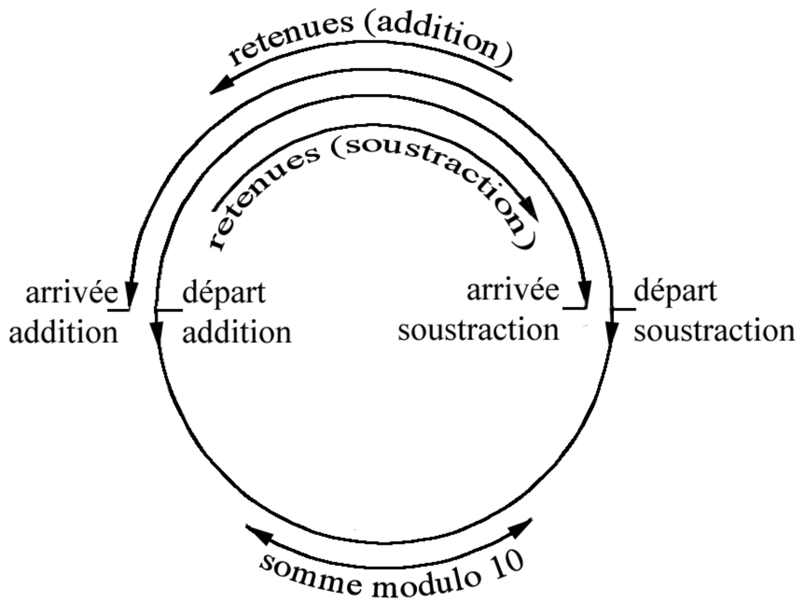
Addition/soustraction
propagation de la retenue par
une double hélice de retenues

Exemple : Monroe

Amélioration de la double hélice



Problème de la double hélice :
les retenues se propagent <u>après</u>
l'addition <u>et</u> la soustraction.
Il y a des phases inactives



Amélioration de la Monroe
Quand on bascule le levier
addition "+" / soustraction "–"
le cylindre pivote de 180°

hélice de retenues Monroe

10s CARRY MECHANISM OF THE MONROE CALCULATING MACHINE

Inventors:	Frank S. Baldwin James R. Monroe (1912)
Example:	MONROE Model K

Axles

A The arithmetic unit with its cog/figure wheels is located in the carrier.

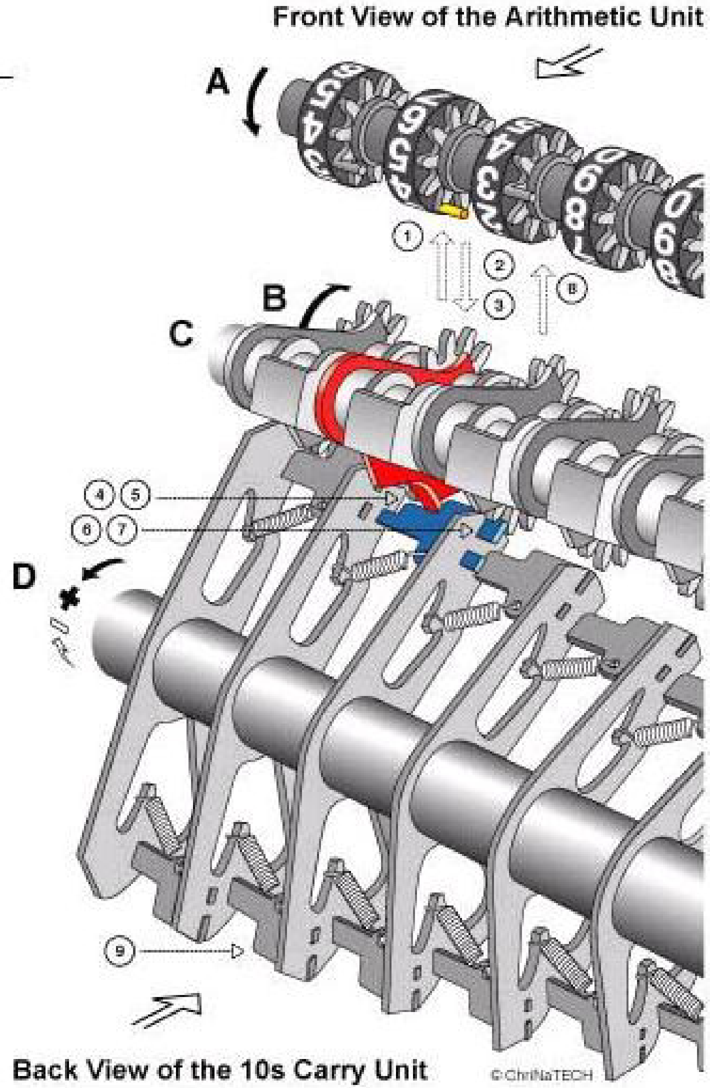
B Connects the input/coding mechanism with the arithmetic unit.

C Carries the switchable levers for the 10s carry mechanism.

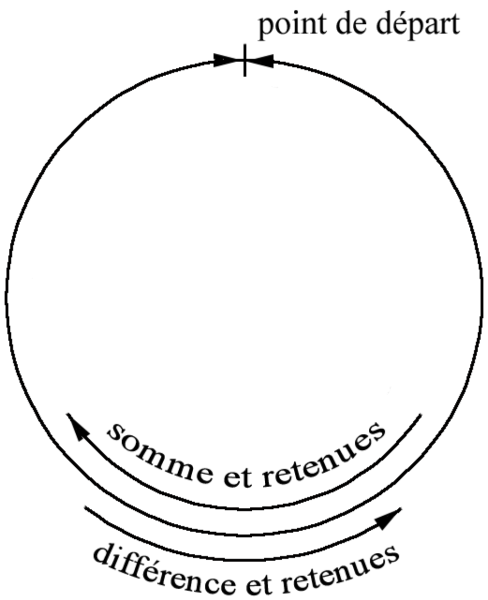
D Makes a complete turn during each machine cycle. One end holds the 10s carry mechanism for addition, the other end is for subtraction.

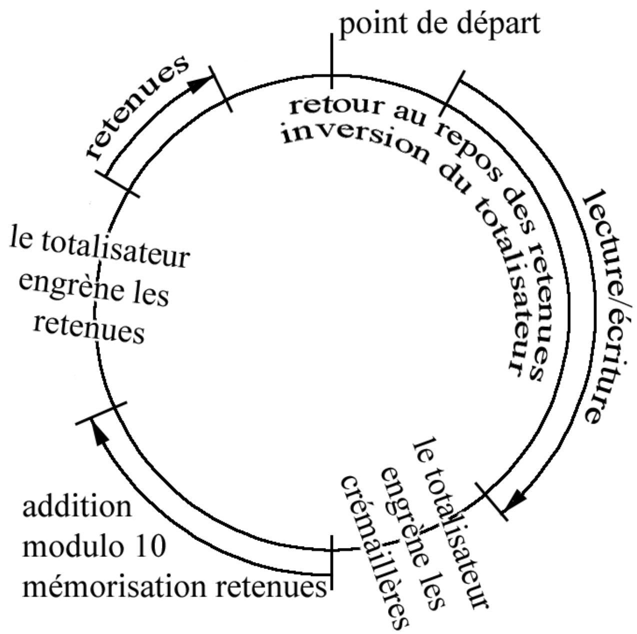
Dynamics of the 10s Carry

1. When a number is entered, the input/coding unit activates the cog wheels on axle **B** and these in turn moves the figure wheels on axle **A**.
2. If a figure in the display of the arithmetic unit changes from **9** to **0**, cog **3** goes to its lowest position.
3. Then the stud on cog **3**, in turn, shifts the lever below to its down position.
4. The bottom of this lever has an angular part that activates the slider when passing.
5. The slider shifts.
6. It engages the neighboring cog wheel.
7. The rotation of axle **D** will either step the cog wheel forward (+ addition) or backward (- subtraction).
8. This motion will either add or subtract 1 from the neighboring figure in the arithmetic unit.
9. When axle **D** makes its complete turn, the opposite slider in the same segment will set the lever back to its (normal) up position.



Cycle de l'Olivetti





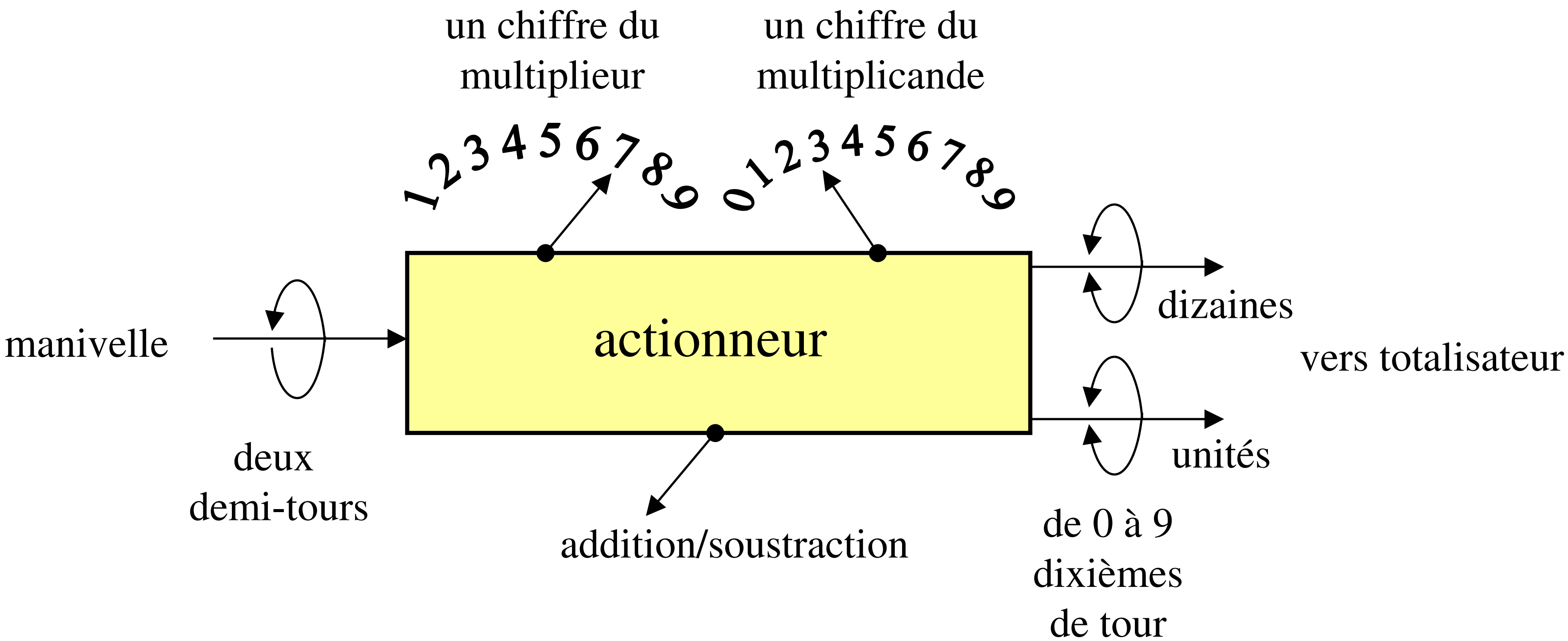
Cycle de l'Olivetti (simplifié)

L'Olivetti n'est une machine rotative mais alternative (reciprocal)

L’exposé pas à pas

- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
    - Addition de chiffres ou de nombres
    - Représentation des chiffres décimaux
    - Addition des nombres
        - Comptometer
        - Hélice de retenues
    - Soustraction
    - Exemples (addition/soustraction)
        - Thales Klein Addier
        - Olivetti Summa Quanta
        - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
    - Multiplication semi-automatique
    - Multiplication automatique
    - Actionneur
    - Multiplication directe
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

Multiplication directe de Bollée



Les unités et les dizaines tournent l'une après l'autre (pour chaque demi-tour).
Un curseur (+ –)inverse le sens de rotation des sorties (et leur ordre).

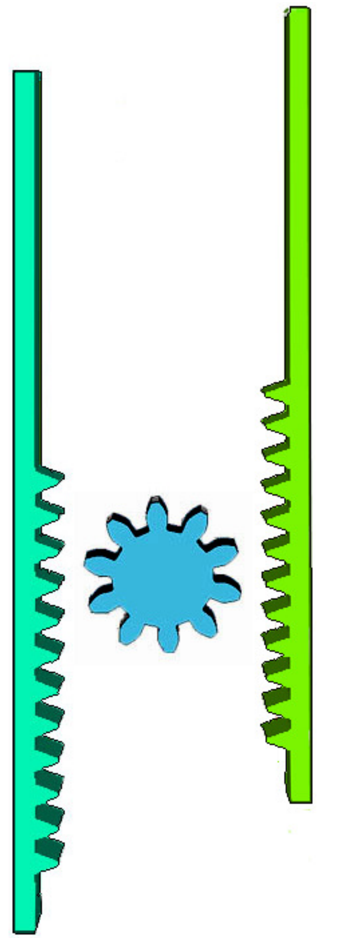
Actionneur de Léon Bollée

9	0	1	2	3	4	5	6	7	8
	9	8	7	6	5	4	3	2	1
8	0	1	2	3	4	4	5	6	7
	8	6	4	2	0	8	6	4	2
7	0	1	2	2	3	4	4	5	6
	7	4	1	8	5	2	9	6	3
6	0	1	1	2	3	3	4	4	4
	6	2	8	4	0	6	2	4	8
5	0	1	1	2	2	3	3	4	4
	5	0	5	0	5	0	5	0	5
4	0	0	1	1	2	2	2	3	3
	4	8	2	6	0	4	8	2	6
3	0	0	0	1	1	1	2	2	2
	3	6	9	2	5	8	1	4	7
2	0	0	0	0	1	1	1	1	1
	2	4	6	8	0	2	4	6	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

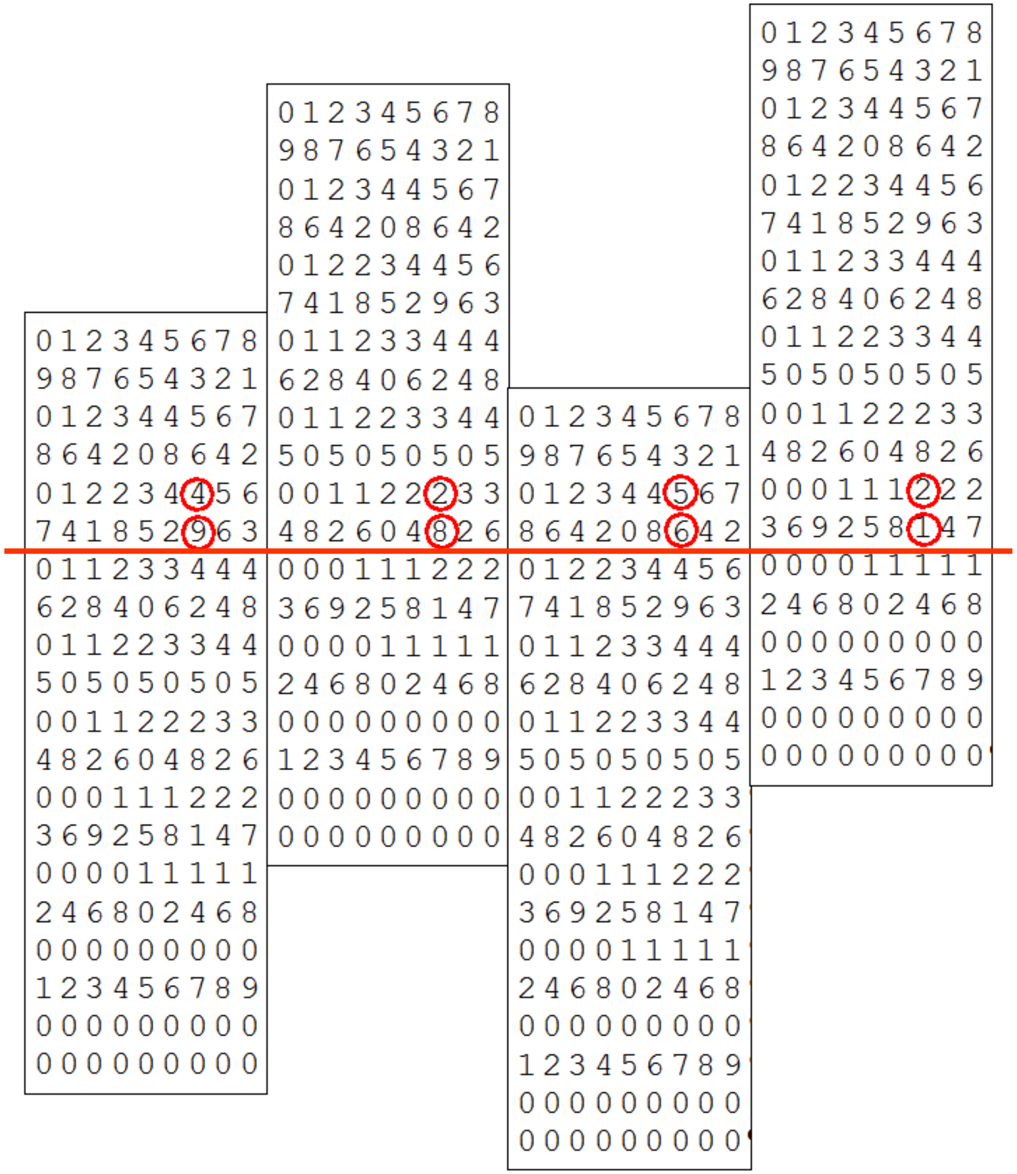
Table de Pythagore

Les tiges sont lues par des « crémaillères mutilées ».

Le nombre de dents de la crémaillère dans le chemin de l'engrenage est proportionnel à la position de la tige.



Exemple de multiplication : 7483×7



Exemple :

$7483 \times 7 = 49 \times 1000 + 28 \times 100 + 56 \times 10 + 21$

$7483 \times 7 = 4252 \times 10 + 9861$

$7483 \times 7 = 52381$

Détail du calculateur de Bollée

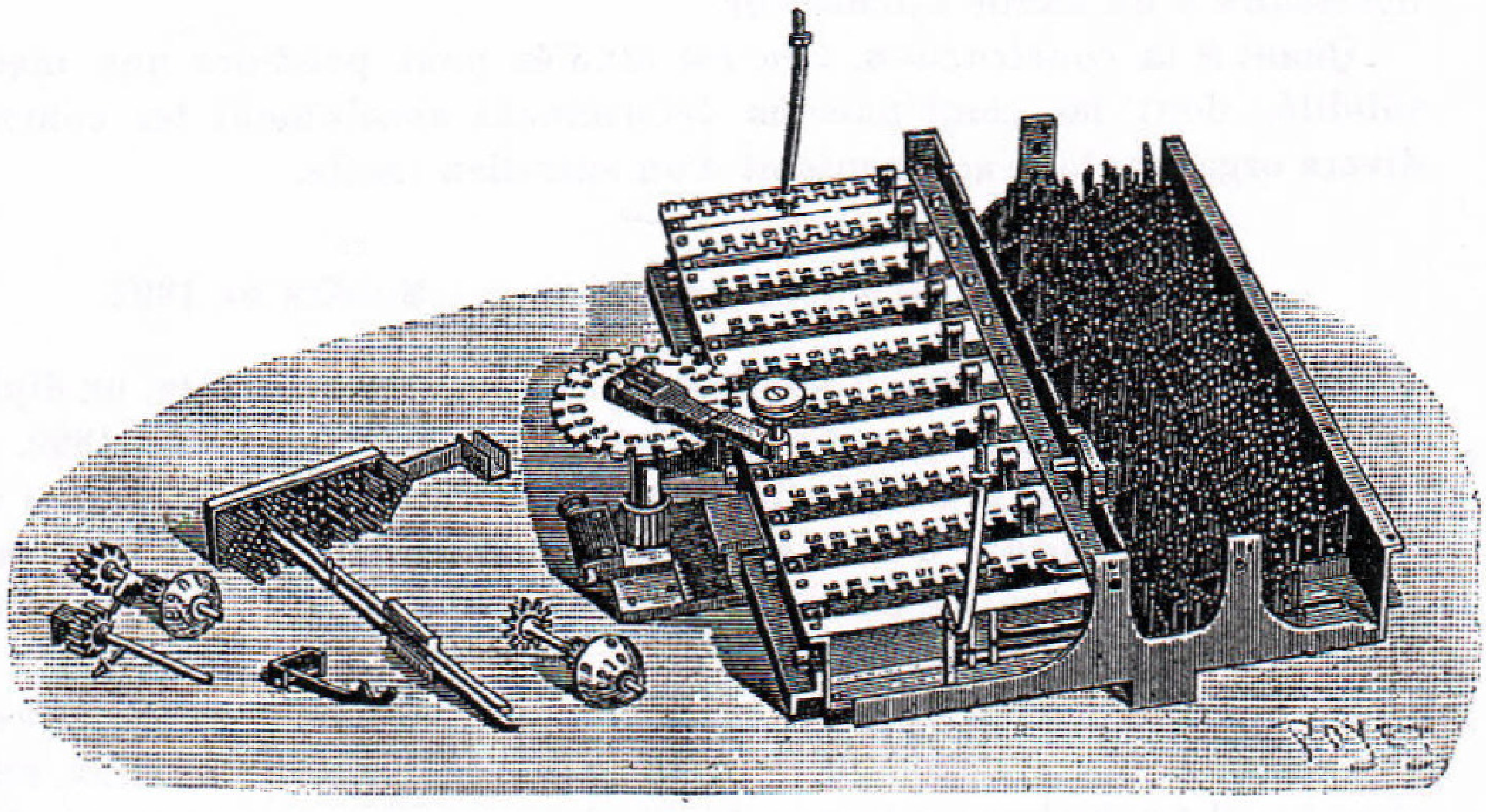
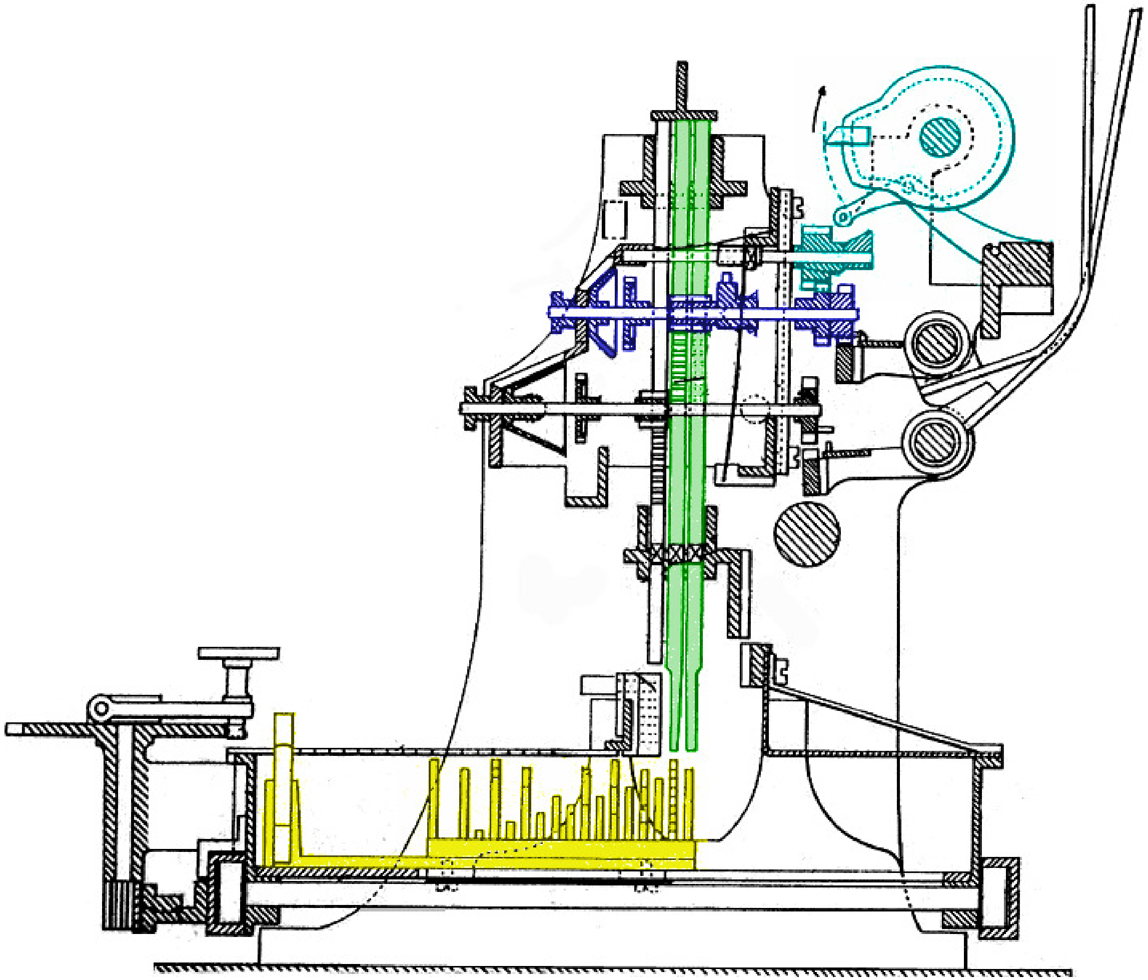


Fig. 5. — Machine à calculer, modèle de 1889; détails du calculateur.

Détail du calculateur de Bollée (cont.)



Algorithmes de multiplication

Croissez et multipliez (genèse, 1, 22)

Pour expliquer la multiplication automatique

1- manuelle

faire une multiplication le plus simplement ou le plus rapidement possible [1] avec une machine :

- addition/soustraction (actionneurs)
- décalage
- comptage des opérations (#additions – #soustractions)

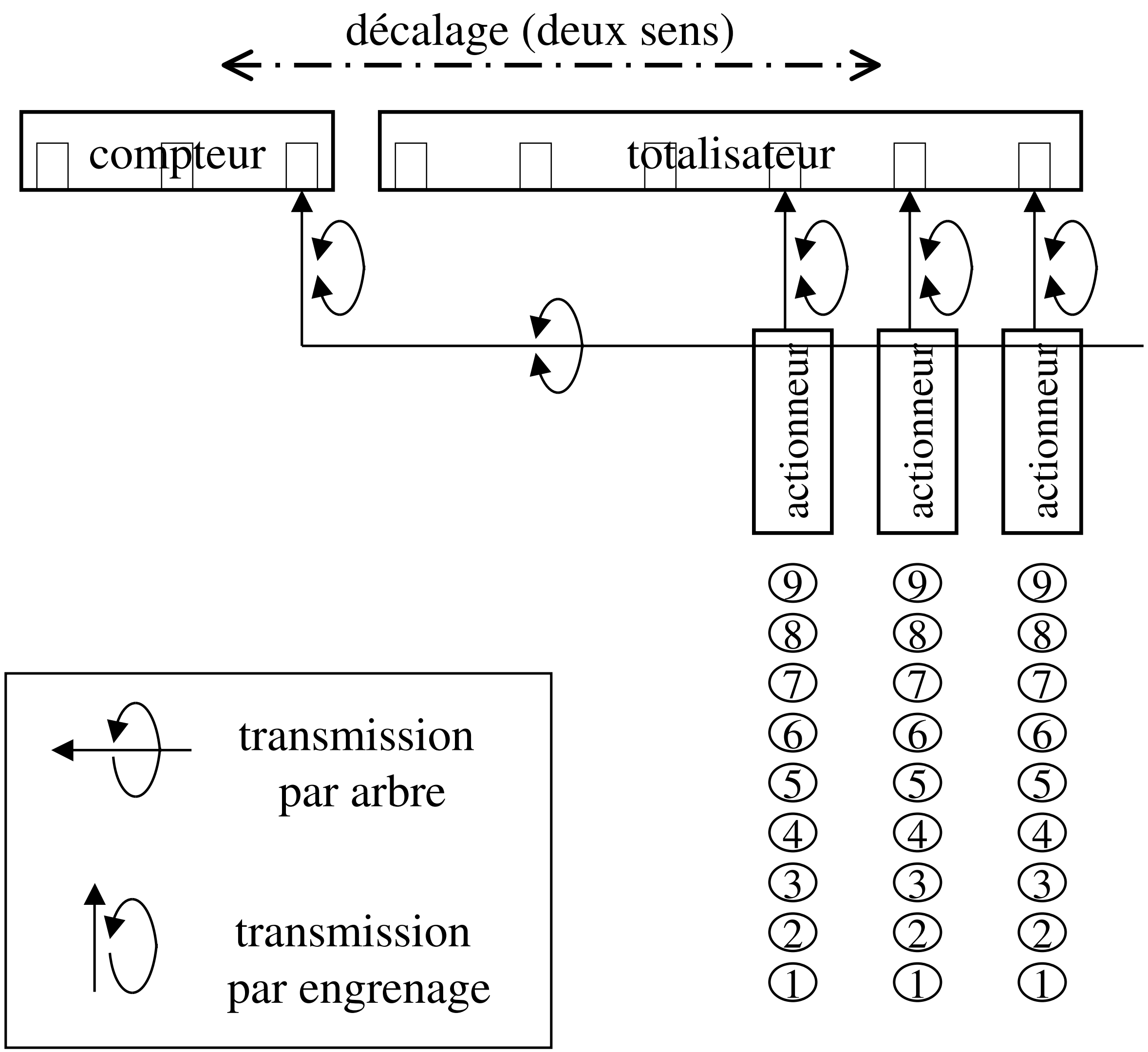
2- multiplication semi-automatique : un clavier pour la répétition automatique de l'addition

3- multiplication automatique : touche " × "

- même algorithme que multiplication semi-automatique
- multiplication abrégée et superabrégée

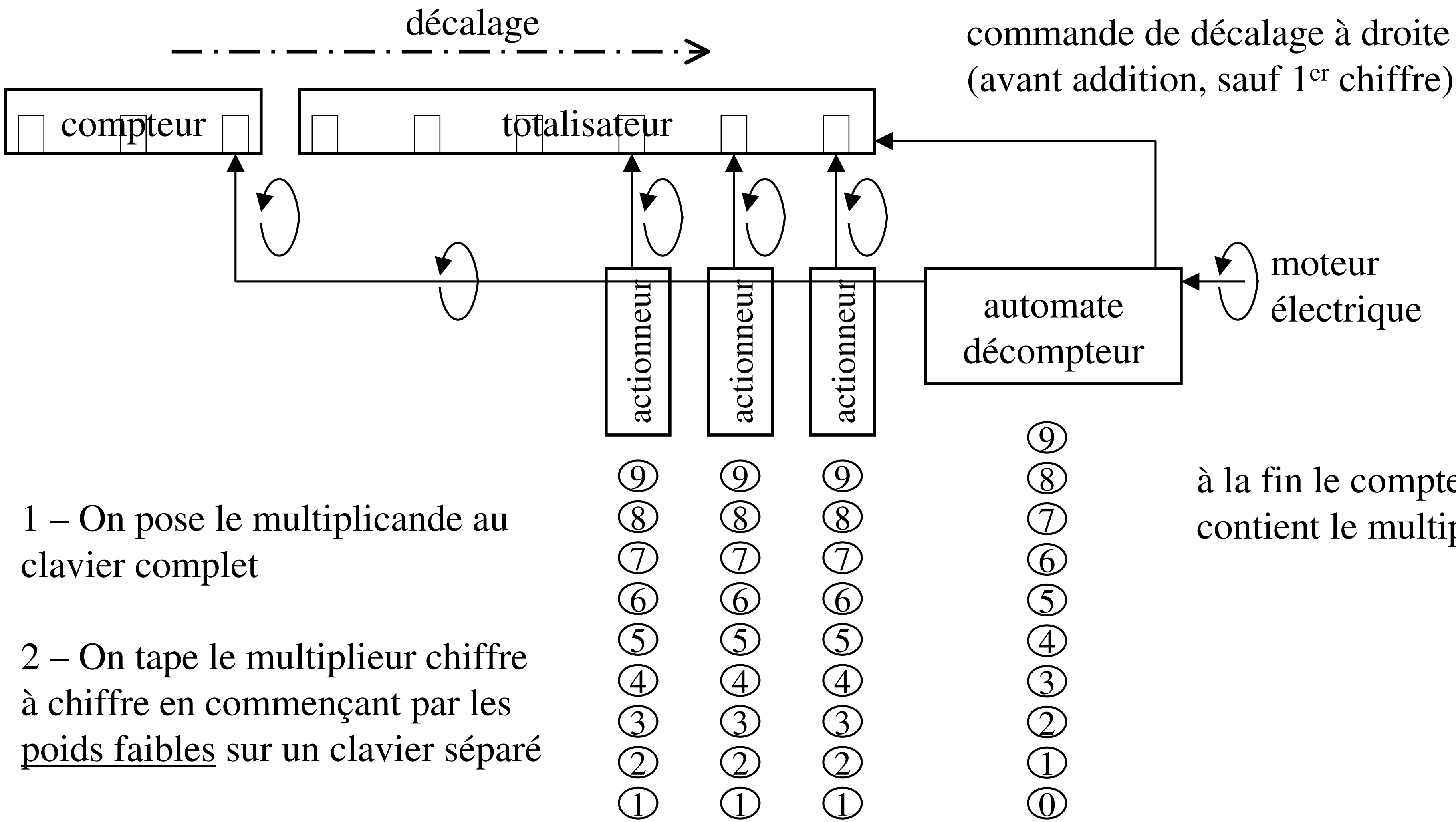
[1] Multiplication par 1789 sur SummaQuanta : × – 0 – 0 – – 0 + + *
(– 1 – 10 – 200 + 2000)

Multiplication manuelle



Stratégies pour minimiser le nombre de tours dans les manuels d'utilisation.
gain moyen 40%

Multiplication semi-automatique



1 – On pose le multiplicande au clavier complet

2 – On tape le multiplieur chiffre à chiffre en commençant par les <u>poids faibles</u> sur un clavier séparé

à la fin le compteur contient le multiplieur

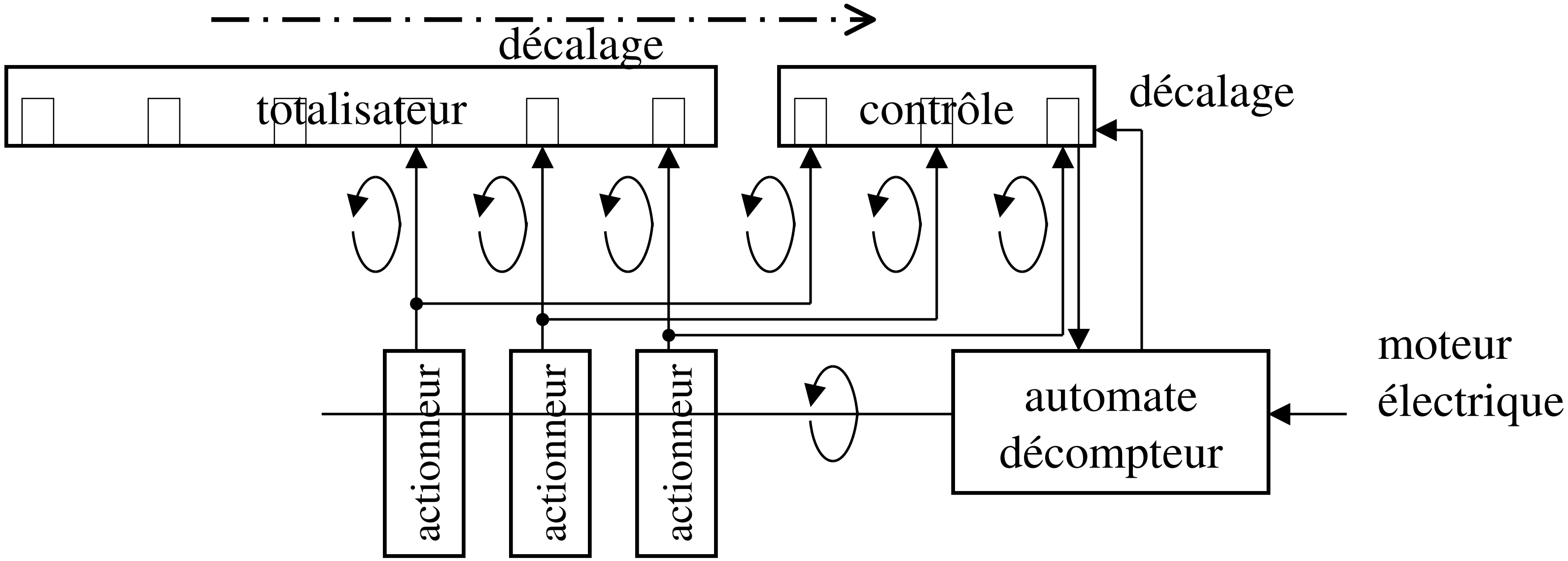
Multiplication semi-automatique (cont.)

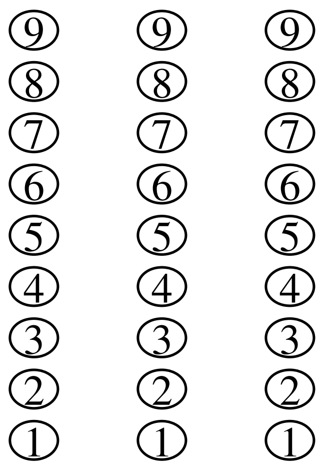
L'algorithme de la Marchant est une variante

1- on pousse le chariot complètement à gauche et on remet à zéro
2- on le fait revenir (à droite) du nombre de chiffres du multiplieur
3- on pose le multiplicande (clavier complet)
4- on pose le multiplieur chiffre à chiffre en <u>commençant par les poids forts</u>.

On obtient (au cours de l'étape 4)
1- dans le viseur inférieur (viseur de pose) : le multiplicande
2- dans le viseur médian (totalisateur) : le produit (partiel/final)
3- dans le viseur supérieur (compte tour) : le multiplieur (partiel/final)

Multiplication automatique





1 – On pose le multiplieur au clavier complet, on appuie sur la touche " × " pour l'écrire dans le registre contrôle

2 – On pose le multiplicande et on appuie sur la touche " = "

le registre contrôle est physiquement dans le chariot sous le totalisateur

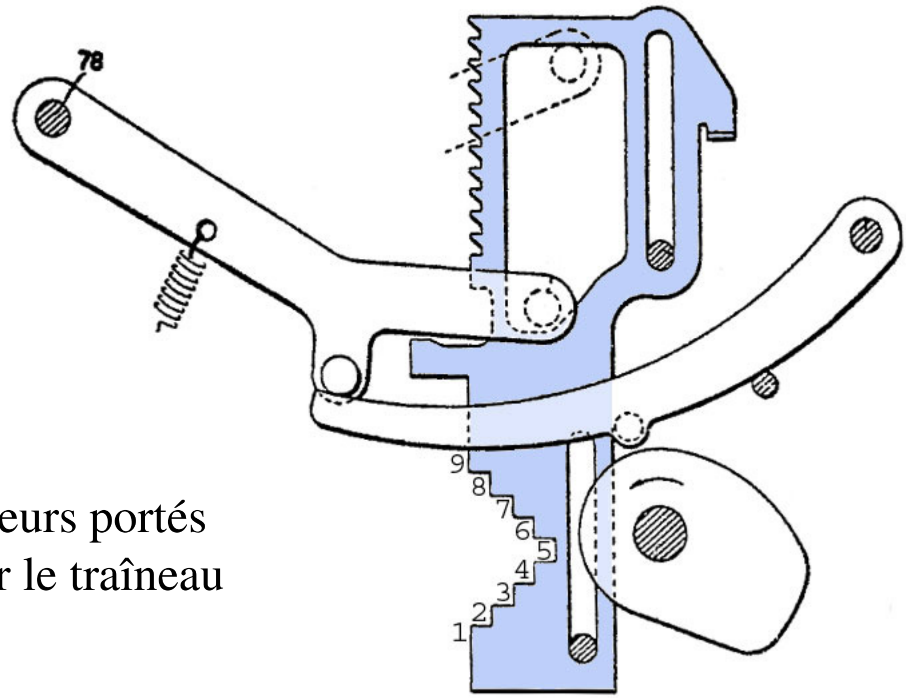
Le décalage partant des poids forts est le même pour la division (mise en commun de séquence)

Multiplication automatique abrégée

But : minimiser le nombre d’additions

Table de traduction

0 → 0   (sauté)
1 → 1
2 → 2
3 → 3
4 → 4
5 → 5
6 → 10 – 4
7 → 10 – 3
8 → 10 – 2
9 → 10 – 1



tâteurs portés
par le traîneau

Brevet Natale Capellaro Olivetti 1956

L’exposé pas à pas

- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
  - Addition de chiffres ou de nombres
  - Représentation des chiffres décimaux
  - Addition des nombres
    - Comptometer
    - Hélice de retenues
  - Soustraction
  - Exemples (addition/soustraction)
    - Thales Klein Addier
    - Olivetti Summa Quanta
    - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
  - Multiplication semi-automatique
  - Multiplication automatique
  - Actionneur
  - Multiplication directe
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

Division

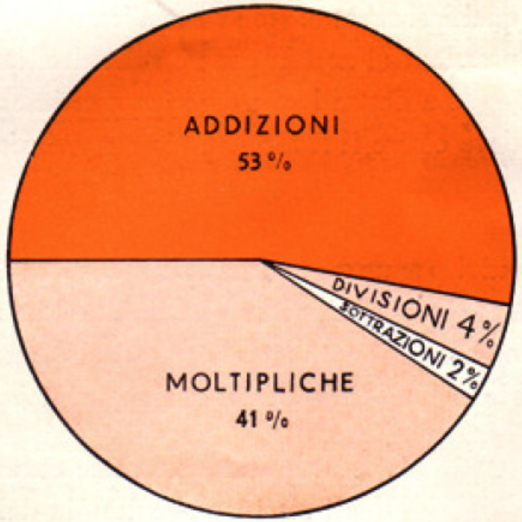
Diviser pour régner (Machiavel)

La division a été automatisée avant la multiplication

TABELLA INDICATIVA
DELLE PERCENTUALI DI TEMPO IMPIEGATO IN:
ADDIZIONI · MOLTIPLICHE · DIVISIONI · SOTTRAZIONI

	Addiz.	Molt.	Div.	Sott.
Fonderie	40	50	5	5
Cartiere	55	43	1	1
Caseifici	56	40	2	2
Lanifici	53	39	5	3
Prodotti Chimici	75	20	3	2
Assicurazioni	65	32	2	1
Drapperie (grossisti)	68	26	4	2
Coloniali	49	43	4	4
Fabbriche Colori e Vernici	38	56	2	4
Fabbriche Ferramenta	48	48	2	2
Cotonifici	50	40	9	1
Calzaturifici	57	40	2	1
Chincaglierie	20	70	7	3
Miniere	75	20	3	2
Prodotti Petrolio	51	40	6	3
Jutifici	60	30	7	3
Ferri e Metalli	50	48	1	1
Concerie	60	35	4	1
Tipo–Litografie	65	32	2	1
Lavorazione Piombo	39	56	1	4
Legnami	68	29	2	1
Alimentari	53	45	1	1
Acciaierie	41	39	18	2
Forniture per Automobili	50	45	2	3
Ferramenta (grossisti)	29	69	1	1
Media complessiva	53%	41%	4%	2%

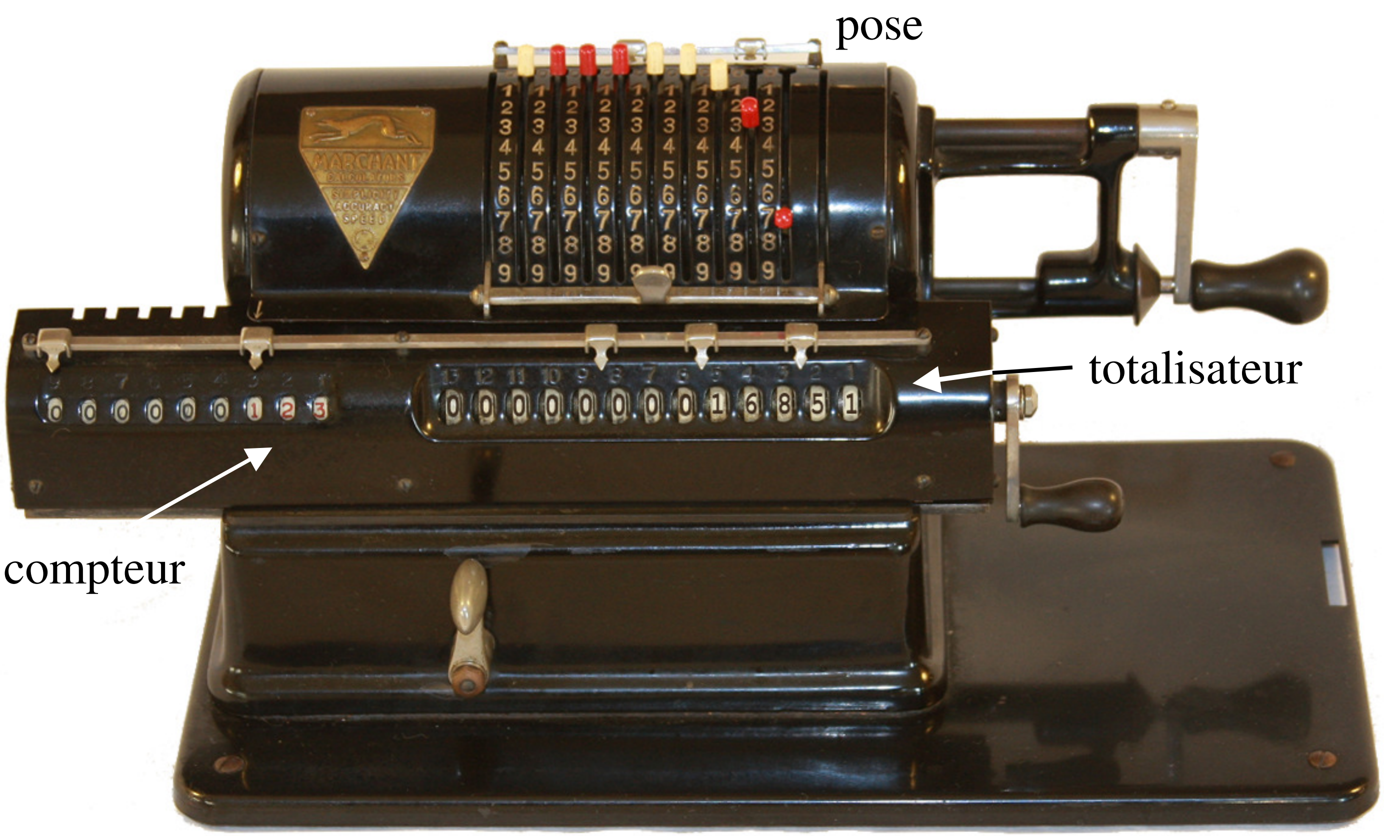
La percentuale di tempo risultante dalla tabella, è espressa graficamente in questo diagramma



publicité de 1924

Questa tabella fu composta in base alle informazioni fornite dalle Aziende trattanti i rami indicati.

Division



Si compteur et totalisateurs initialisés à 0 : compteur × pose = totalisateur

(ici 000000123 × 000000137 = 0000000016851)

Cela peut se lire aussi : totalisateur ÷ pose = compteur

Évolution des machines

Évolution du compteur

- pas de compteur (Leibniz)
- rondelles incrémentées/décrémentées à chaque tour sans propagation de retenue [1]
- compteur à propagation de retenue incrémenté/décrémenté
- détection automatique de la première opération pour compter
  (#additions – #soustractions) ou (#soustractions – #additions)

Évolution du totalisateur

- addition/soustraction par changement de sens de la manivelle
- addition/soustraction déterminée par levier "+" ou "–"

Actions lors du changement de signe du totalisateur

- la machine se bloque (Léon Bollée #1)
- une sonnette tinte
- on change la position du levier "+" ou "–"
- on change la position du levier "+" ou "–" et on décale le chariot

Ces perfectionnements ont rendu la division semi-automatique ou automatique

[1] Pour compter positivement ou négativement la rondelle a 19 dents: 9876543210123456789

Division manuelle à restauration

On veut diviser 16851 par 137. On introduit le dividende 16851 dans le totalisateur puis on pose le diviseur 137. On aligne le tout et remet à zéro le compteur de tours.

On tourne la manivelle dans le sens de la soustraction jusqu'au coup de sonnette.
On a fait une soustraction de trop, donc on tourne la manivelle dans le sens addition, re-coup de sonnette, on décale le chariot vers les poids faibles.
On recommence ces étapes tant que le chariot peut être décalé.

Pendant ce temps le compte tour compte fidèlement les (soustractions – additions)

$$123 = 1 \times 100 + 2 \times 10 + 3$$

000016851	0000
−0000137	0100
=000003151	
−0000137	0200
=999989450	
+0000137	0100
=000003151	
−00000137	0110
=000001781	
−00000137	0120
=000000411	
−00000137	0130
=999999040	
+00000137	0120
=000000411	
−000000137	0121
=000000274	
−000000137	0122
=000000137	
−000000137	0123
=000000000	
−000000137	0124
=999999862	
+000000137	0123
=000000000	

Division manuelle sans restauration

On veut diviser 16851 par 137. On introduit le dividende 16851 dans le totalisateur puis on pose le diviseur 137. On aligne le tout et remet à zéro le compteur de tours.

On tourne la manivelle dans le sens de la soustraction jusqu'au coup de sonnette.
On décale le chariot vers les poids faibles.
On tourne la manivelle dans le sens de l'addition jusqu'au coup de sonnette.
On décale le chariot vers les poids faibles.
On recommence ces étapes tant que le chariot peut être décalé.

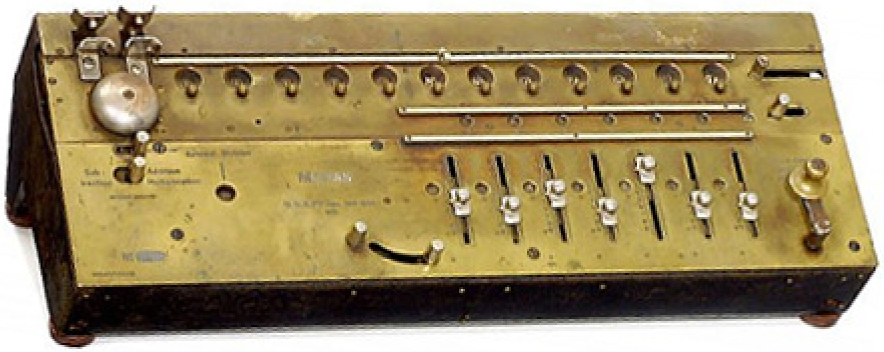
Pendant ce temps le compte tour compte fidèlement les (soustractions – additions)

$$123 = 1 \times 100 + (10 - 8) \times 10 + 3$$

000016851	0000
−0000137	0100
=000003151	
−0000137	0200
=999989450	
+00000137	0190
=999990820	
+00000137	0180
=999992190	
+00000137	0170
=999993560	
+00000137	0160
=999994930	
+00000137	0150
=999996300	
+00000137	0140
=999997670	
+00000137	0130
=999999040	
+000000137	0120
=000000411	
−000000137	0121
=000000274	
−000000137	0122
=000000137	
−000000137	0123
=000000000	

Division automatique

En 1908 la MADAS (**M**ultiplie, **A**dditionne, **D**ivise **A**utomatiquement, **S**oustrait) de l'ingénieur suisse Hans W. Egli exécute <u>automatiquement la division</u> (après alignement manuel)

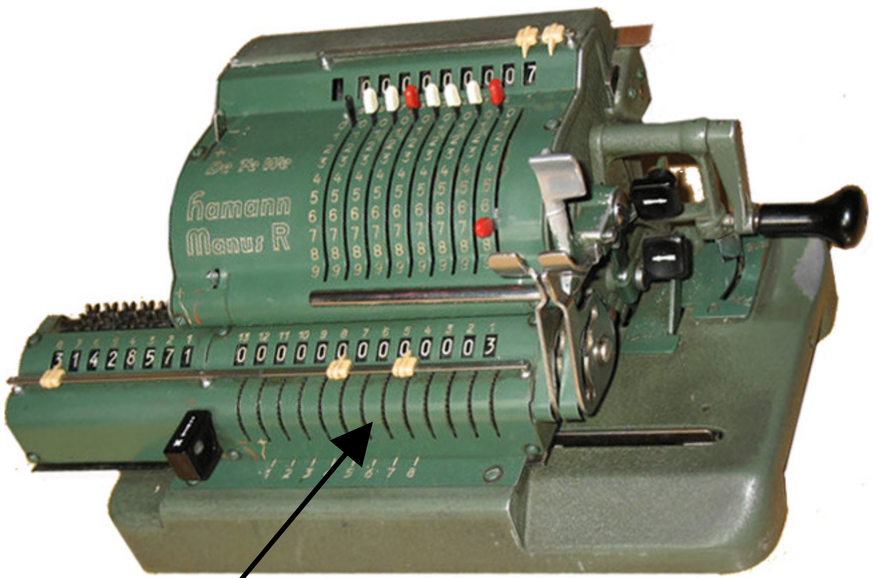


En mai 1932 l'Institut Franklin de Philadelphie décerna à la compagnie Monroe la médaille « John Price Wetherill » pour la réalisation en 1922 d'une machine faisant complètement automatiquement les quatre opérations élémentaires de l'arithmétique : addition, soustraction, <u>multiplication et division</u> (juste 100 ans après Thomas de Colmar)

Division à restauration (dépassement annulé)
Monroe, Madas, Hamann, Rheinmetall, Olivetti …

Division sans restauration (division oscillante)
Mercedes, Diehl, …

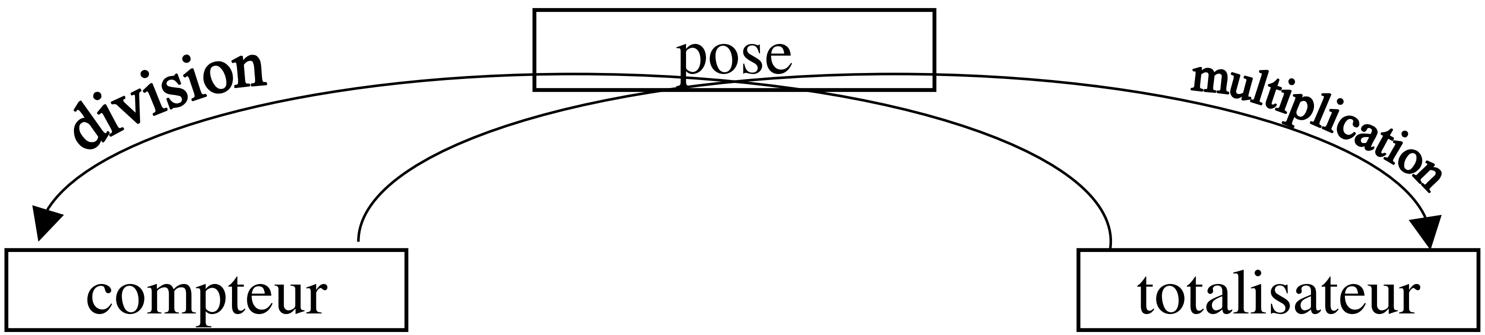
Division automatique (cont.)



molettes pour initialiser le totalisateur

Division automatique Hamann Manus R

- contrôles à "moins" et "mult"
- dividende dans totalisateur (à gauche)
- diviseur dans pose
- aligner
- tourner la manivelle jusqu'à ce que le chariot soit complètement à gauche



compteur = totalisateur ÷ pose

totalisateur = compteur × pose

L’exposé pas à pas

- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
    - Addition de chiffres ou de nombres
    - Représentation des chiffres décimaux
    - Addition des nombres
        - Comptometer
        - Hélice de retenues
    - Soustraction
    - Exemples (addition/soustraction)
        - Thales Klein Addier
        - Olivetti Summa Quanta
        - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
    - Multiplication semi-automatique
    - Multiplication automatique
    - Multiplication directe
    - Actionneur
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

Racine carrée

Plusieurs moyens d'extraire une racine carrée en fonction de la machine dont on dispose:

crayon/papier :

- méthode essai-erreur qu'on enseignait au lycée (en 3^{em})

machine addition/soustraction/décalage

- méthode qu'on enseignait au lycée (en 3^{em})
- algorithme de Töpler [1]
- un mélange des deux

machine addition/soustraction/multiplication/division

- algorithme babylonien [2] (suites convergentes)

machine Friden SRW10 (méthode des 5)

- appuyer sur le bouton √

[1] Développé par le professeur Auguste Töpler de Riga pour l'arithmomètre de Thomas (vers 1860).
Proposé par Léon Bollée dans le manuel de sa machine
(Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale de 1895).

[2] Algorithme de Héron d'Alexandrie, appliqué à 2 dans une tablette d'argile babylonienne

Racine carrée par divisions

$$\sqrt{15705369}$$

Par utilisation de la méthode babylonienne (ou des suites convergentes).
Le radicande étant pris comme dividende.
On effectue une première division avec pour diviseur une racine approchée (par défaut ou par excès peu importe).

On effectue la moyenne arithmétique (diviseur + quotient)/2. C'est le nouveau diviseur.

On refait la division avec le même dividende et avec le nouveau diviseur.
Et ainsi de suite (l'écart diviseur – quotient s'amenuise à chaque passe).

Quand l'écart diviseur – quotient est inférieur à 2, on a la la racine.

Cette méthode est très démonstrative des transferts des éléments de calcul de l'Olivetti Tetractys 24 (Alain Billerey).

```
 -----------  < *
    15705369  ++
    15705369  <:
        4000  <:
        3926  <T
        1369  <T

        4000  <+
        3926  <+X
        7926  <:
           2  <:
        3963  <T
              <T

    15705369  0+
    15705369  <:
        3963  <T
        3963  <T
              <T
```

Cet algorithme est proposé par Louis Couffignal pour sa machine IBP (Institut B. Pascal)

Algorithme de Töpler

La somme des premiers nombres impaires successifs est un carré.

$1 = 1^2$

$1 + 3 = 4 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6^2$

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} (2i - 1) = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2\mathrm{n} - 3) + (2\mathrm{n} - 1) = \mathrm{n}^2$$

On peut donc penser soustraire du radicande, tant qu'il reste positif, les nombres impairs successifs et les compter. Soit R le radicande et n la racine:

```
Tantque R ≥ 0 faire
        n = n + 1 ;
        R = R – (2 × n – 1) ;
```

C'est long si le radicande est grand !

Exemple

$\sqrt{135}$

```
 1.   135 -  1 = 134
 2.   134 -  3 = 131
 3.   131 -  5 = 126
 4.   126 -  7 = 119
 5.   119 -  9 = 110
 6.   110 - 11 =  99
 7.    99 - 13 =  86
 8.    86 - 15 =  71
 9.    71 - 17 =  54
10.    54 - 19 =  35
11.    35 - 21 =  14
```

On a soustrait 100 qui est un carré facile.
On aurait pu aller directement au pas 11

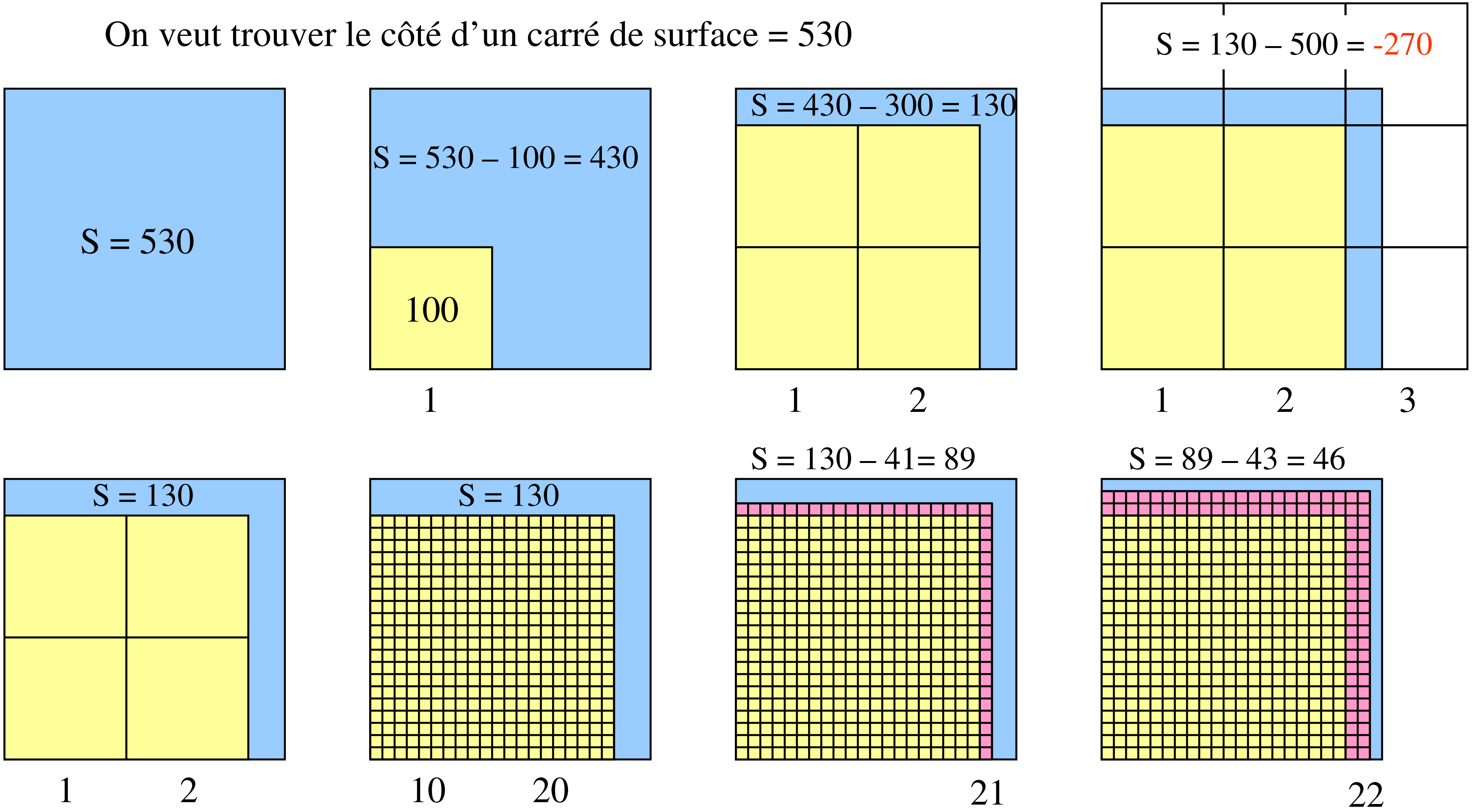
$135 = 11 \times 11 + 14$

Somme des dix premiers nombres impairs

```
  1    3    5    7    9
+19  +17  +15  +13  +11
=20  =20  =20  =20  =20
```

Explication graphique

On veut trouver le côté d'un carré de surface = 530



23,0217288

transformation par décalages

Algorithmes manuels (Töpler en noir)

$$\sqrt{15705369}$$

n	2 × n – 1	reste R
1	1	**15**705369
2	3	**14**705369
3	5	**11**705369
4	7	**6**705369
31	61	**670**5369
32	63	**609**5369
33	65	**546**5369
34	67	**481**5369
35	69	**414**5369
36	71	**345**5369
37	73	**274**5369
38	75	**201**5369
39	77	**126**5369
40	78	**49**5369
391	781	**4953**69
392	782	**4172**69
393	785	**3389**69
394	787	**2604**69
395	789	**1817**69
396	791	**1028**69
397	793	**237**69
3961	7921	**23769**
3962	7923	**15848**
3963	7925	**7925**
		0

(plus grand d tq. d × d ≤ 15, d = 3)

la soustraction 6-7 serait négative donc n < 4

(plus grand d tq. (3 × 20 + d) × d ≤ 670 , d = 9)
Algorithme qu'on enseignait au lycée, qui consiste à « cerner » chaque chiffre de la racine par quelques essais

la soustraction 49-78 serait négative donc n < 40
(plus grand d tq. (39 × 20 + d) × d ≤ 4953 , d = 6)

la soustraction 237-791 serait négative donc n < 376
(plus grand d tq. (396 × 20 + d) × d ≤ 23769 , d = 3)

Racine carrée automatique

L'ingénieur Grant C. Ellerbeck et sa machine Friden (1950)

Mécanisation de l'algorithme

n	$2 \times n - 1$	reste R
1	1	**15**705369
2	3	**14**705369
3	5	**11**705369
31	61	**670**5369
32	63	**609**5369
33	65	**546**5369
34	67	**481**5369
35	69	**414**5369
36	71	**345**5369
37	73	**274**5369
38	75	**201**5369
39	77	**126**5369
391	781	**4953**69
392	783	**4172**69
393	785	**3389**69
394	787	**2604**69
395	789	**1817**69
396	791	**1028**69
3961	7921	**23769**
3962	7923	**15848**
3963	7925	**7925**
		0

Matérialisation de l'algorithme :
n est incrémenté par le compteur de tour
$(2 \times n - 1)$ est calculé dynamiquement

Chaque fois que $R < 0$
- R est restauré à la valeur précédente
- R est décalé de 2 positions à gauche
- n est décalé de 1 position à gauche

Remarque :
$(2 \times n - 1)$ est très difficile à calculer.
On calcule $(2 \times n + 1)$ en initialisant n à 0

$(2 \times n + 1)$ est facile à calculer en binaire
mais difficile à calculer en décimal.
On préfère calculer $(10 \times n + 5)$

Algorithme de la Friden

« Méthode des 5 »

On multiplie le radicande par 5 (5 additions dans le totalisateur).
On multiplie les nombres impairs successifs par 5.
On commence avec n = 0. Lors de la restauration on n'incrémente pas n.

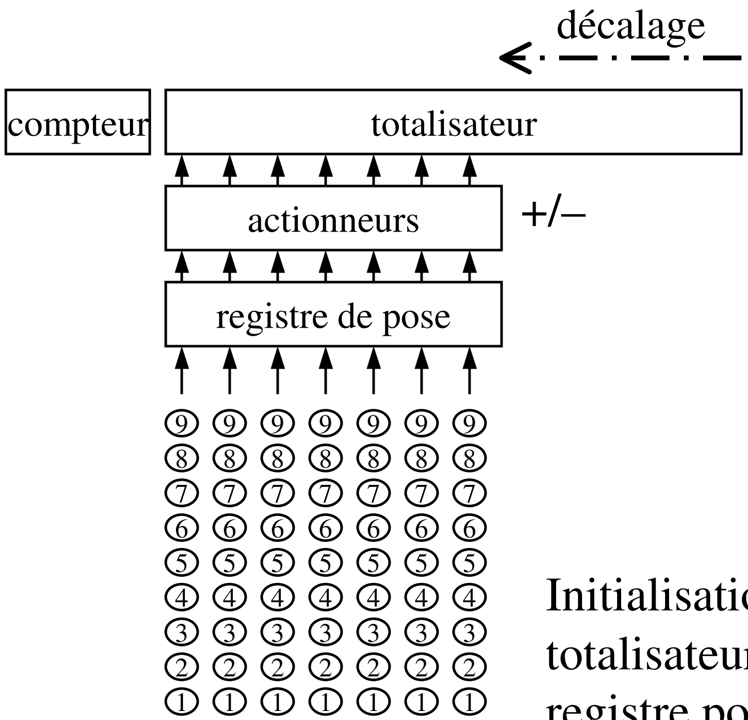
Ainsi $(2 \times n - 1)$ devient $(10 \times n + 5)$, dont les premiers chiffres sont n et le dernier toujours 5

$$\sqrt{15705369} = \sqrt{\frac{78526845}{5}} = 3963$$

compteur n	pose & actionneur $10 \times n + 5$	totalisateur reste R	
0	05	**78**526845	
1	15	**63**526845	
2	25	**58**526845	
3	35	**33**526845	
4	45	**9999998**526845	R < 0, restauration à la ligne précédente
30	305	**3352**6845	décalage de R à gauche et de n à droite
31	315	**3047**6845	
32	325	**2732**6845	
33	335	**2407**6845	
34	345	**2072**6845	
35	355	**1727**6845	
36	365	**1372**6845	
37	375	**1007**6845	
38	385	**632**6845	
39	395	**247**6845	
40	305	**9999852**6845	R < 0, restauration à la ligne précédente
390	3905	**24768**45	décalage de R à gauche et de n à droite
391	3915	**20863**45	
392	3925	**16948**45	
393	3935	**13023**45	
394	3945	**9088**45	
395	3965	**5143**45	
396	3975	**1188**45	
397	3985	**9997213**45	R < 0, restauration à la ligne précédente
3960	39605	**118845**	décalage de R à gauche et de n à droite
3961	39615	**79240**	
3962	39625	**39625**	
3963		**0**	

Comparaison division/racine carrée

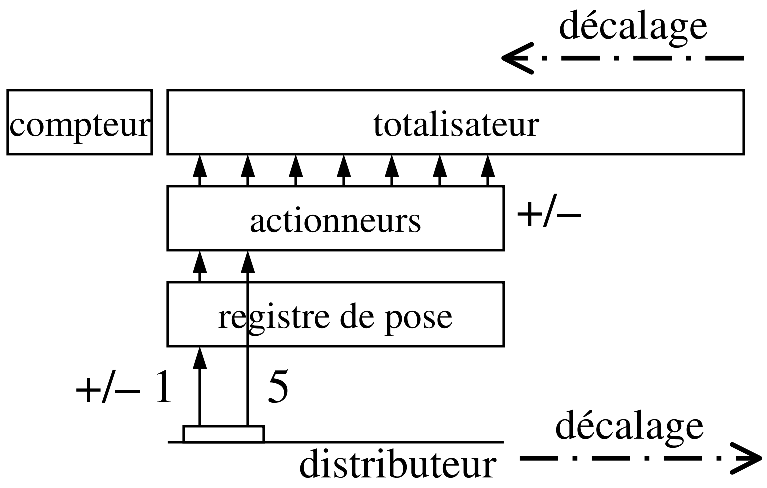
DIVISION



Initialisation division :
totalisateur ← dividende
registre pose ← diviseur
compteur ← 0

Algorithme de division :
totalisateur ← reste partiel
compteur ← quotient partiel

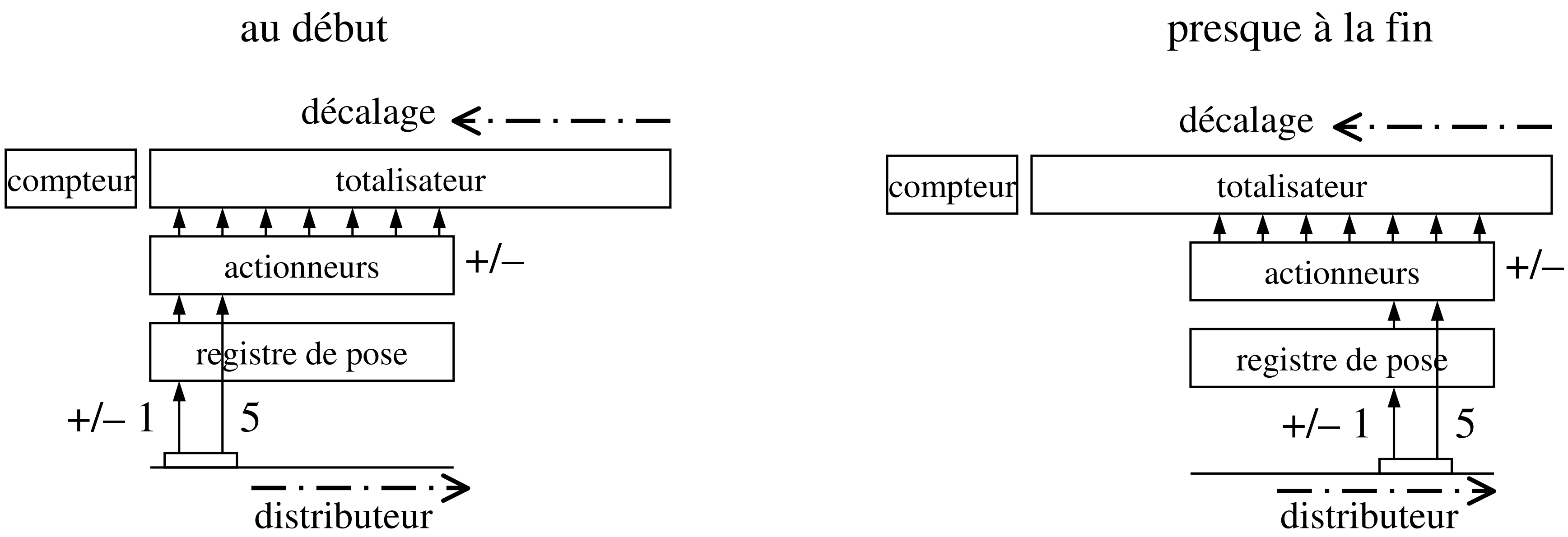
EXTRACTION DE RACINE CARREE



Initialisation racine :
totalisateur ← radicande
registre pose ← 0
compteur ← 0

Algorithme d’extraction :
totalisateur ← reste partiel
compteur ← racine partielle
registre pose ← racine partielle

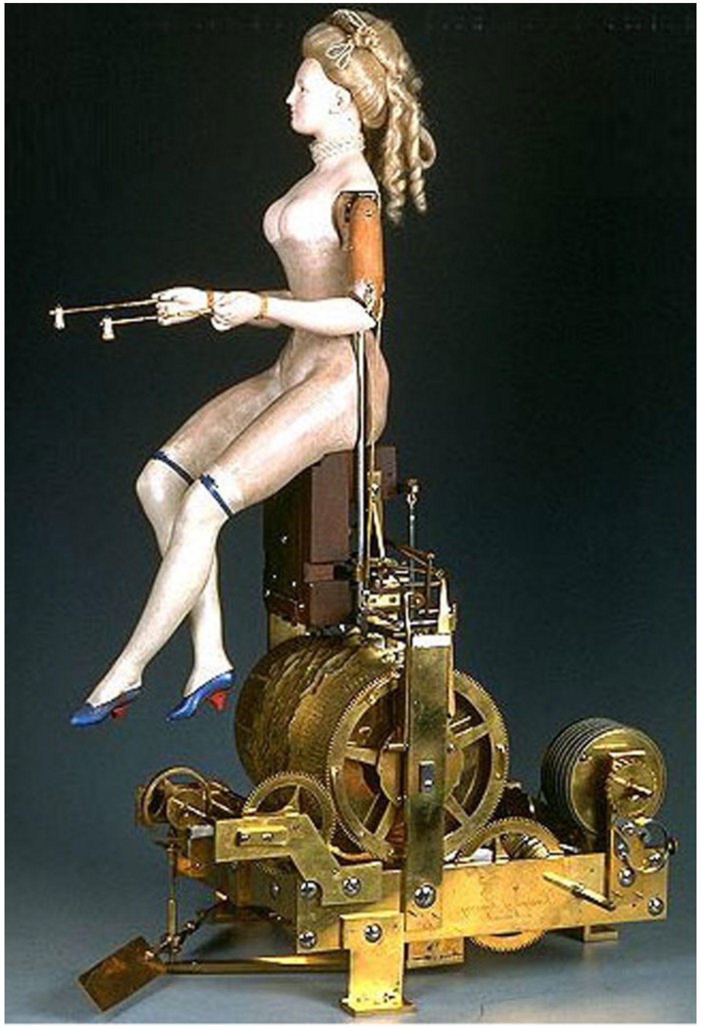
Racine carrée mécanique



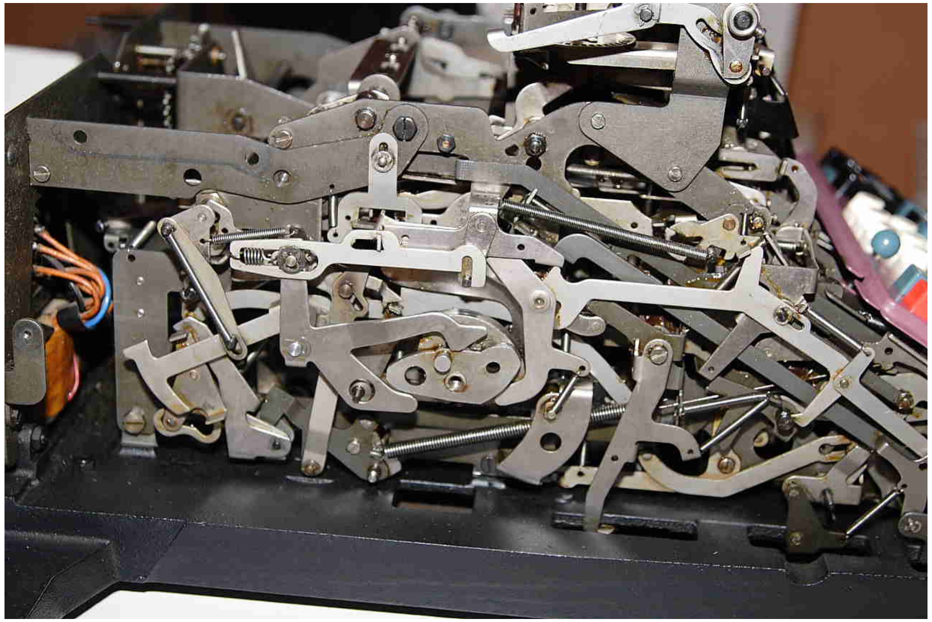
Remarques:

- le compteur compte (#soustractions – #additions)
- "+/– 1" dans le registre de pose s'effectue sans retenue
- le "5" ne va pas dans le registre de pose mais directement dans l'actionneur
- l'algorithme est semblable à la division avec restauration
- quand le totalisateur décale d'un pas à gauche, le distributeur décale d'un pas à droite
- on a dissocié registre de pose et actionneur pour clarifier l'explication

Automate de contrôle



La Joueuse de tympanon (1780)
Musée du CNAM



Les commandes sont générées par des cames et des touches
La distribution des commandes a un aspect irrégulier et chevelu, presque biologique
François Anceau parlerait de conception "spaghetti"